

MAXIMA 學習手冊

7 月 2009

前言：

使用”符號計算系統”或”電腦代數系統”協助解決數學相關問題，是學習理工、科學必須具備的能力，而且先進課程已經行之有年，但礙於軟體費用昂貴與英文障礙，一直在國內推展緩慢。有鑑於此，在此介紹免費 MAXIMA 數學軟體，希望能加速學生的使用。

2009 年 7 月的版本 maxima-5.18.1 有中文介面，安裝後第一次使用，請在 Edit(編輯)的 configure(設定)中的 Language(語言)選擇 Chinese traditional(繁體中文)，關掉視窗重新啟動視窗，就可以使用中文介面。

這份學習手冊參考以下資料，前 2 筆資料使用 GOOGLE 搜尋，就可以取得 PDF 檔。

蔡炎龍(2006)，maxima 在線性代數的應用，政治大學應用數學系。(網路)

中川義行(2005)，maxima 入門 1.21 (日文)，GNU Free Documentation License。(網路)

威立大工作室(1997)，Maple V 學習手冊，翻譯 Maple V Learning Guide. By Heal、Hansen、Rickard，高立圖書有限公司。

第 1 章 認識 MAXIMA

1.1 介紹

符號(Symbolic)或代數(Algebra)的電腦計算，就是國中開始學習未知數與方程式的代數運算，電腦計算中，保留且操控符號和表示式。這有別於”掌上型計算機”的數值計算。

例如： $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$ 掌上型計算機運算是 $0.5 + 0.3333 = 0.8333$ 而不是 $\frac{5}{6}$ 。

符號計算系統(Symbolic Computation System)或電腦代數系統(Computer Algebra System)，會保留符號和表示式，將未知數 x, y, z 等，當作數學習慣上的變數 x, y, z 等處理與計算。更進一步的微分、積分、繪圖、線性代數、矩陣運算、解微分方程，都可以輕鬆應付。

1.2 下載與安裝

請至 [Maxima http://maxima.sourceforge.net/](http://maxima.sourceforge.net/) 下載與安裝，有時

我們會存安裝軟體在隨身碟(maxima-5.17.0 共 21.6MB)對無法上網的電腦安裝，目前為止很方便、快速，沒有任何的困擾。

1.2 介面

MAXIMA 的介面和熟悉的視窗介面一樣，採用互動式的規範。maxima-5.15.0 輸入方式在視窗底下一行，可分單一指令(INPUT)、群組指令(long input)：

新版本 maxima-5.17.0 輸入方式有些不一樣，開新視窗後，鍵入 F7，出現紅色>>符號，再鍵入指令 1+2；，在同時按 Ctrl 與 enter

例如： >> 1+2; Ctrl+enter ，接著畫面變成

```
(%i1) 1+2;
(%o1) 3
```

(%i1)指的是：輸入(input)第 1 條，(%o1)輸出(output)第 1 條。假如要繼續新運算，再鍵入 F7，出現紅色>>符號，再輸入指令後鍵入分號，與 Ctrl+enter 執行之，依此類推。

2009 年 7 月的版本 maxima-5.18.1 有中文介面，安裝後第一次使用，請在 Edit(編輯)的 configure(設定)中的 Language(語言)選擇 Chinese traditional(繁體中文)，關掉視窗重新啓動視窗，就可以使用中文介面。

指令結尾：MAXIMA 指令，結束時一定要打上分號「；」，讓 MAXIMA 知道我們下的指令已結束。爲什麼要多這一個動作，主要是爲了有時打比較長的指令可以換行之故。另一個結束方式是打入「\$」的符號。不同於分號的地方是「運算結果不會顯示出來」：

```
(%i10) 2+3$
(%i11) 2+3;
(%o11) 5
```

結果的引用：我們時常會需要引用前面的結果，這時就用百分比符號“%”。比方說：

```
(%i12) 7/3;
(%o12)  $\frac{7}{3}$ 
(%i13) float(%);
(%o13) 2.3333333333333333
```

MAXIMA 也可以指定使用第幾個輸出的結果，不過自己定一個標籤可能是

最好的方式。比方說，我們可以這樣用：

```
(%i14) myresult : 34+(65*72)/119;
```

```
(%i14) 
$$\frac{8726}{119}$$

```

```
(%i15) float(myresult) ;
```

```
(%i15) 73.32773109243698
```

定義變數：MAXIMA 定義變數的想法有點特別，在定義一個變數時，其實是給某個數字、矩陣，或想要定義的任何式子等等一個標籤。讓我們來看幾個例子：

```
(%i16) a : 37;
```

```
(%o16) 37
```

```
(%i17) a
```

```
(%o17) 37
```

```
(%i18) b : 22+100*(375-128) ;
```

```
(%o18) 24722
```

```
(%i19) a+b;
```

```
(%o19) 24759
```

函數：MAXIMA 函數的定義和使用非常直覺，我們看幾個例子就知道：

```
(%i20) f(x) := 3*x^2+5;
```

```
(%o20) f(x) := 3.x2+5
```

```
(%i21) f(2) ;
```

```
(%o21) 17
```

```
(%i22) g(x,y) := sin(x)*cos(y) ;
```

```
(%o22) g(x,y) := sin(x)*cos(y)
```

```
(%i23) g(2*%pi,4) ;
```

```
(%o23) 0
```

重點就是，在定義函數時要用“:=”去定義。比較一下和變數定義的不同，想想為什麼要有兩種不一樣的定義方式。

1.3 四則運算

整數計算是直接的，記得鍵入 `F7` 開始，再輸入指令後鍵入分號，與 `Ctrl+enter` 執行之

```
(%i1) 3+5;
```

```
(%o1) 8
```

```
(%i2) 3-5;
```

```
(%o2) -2
```

```
(%i3) 3*5;
(%o3) 15
(%i4) 3/5;
(%o4)  $\frac{3}{5}$ 
(%i5) 3^5;
(%o5) 243
(%i6) (4*5+2)/7;
(%o6)  $\frac{22}{7}$ 
```

1.4 數值

數學的基本計算是數值，MAXIMA 可以處理整數或符號，先介紹類似掌上型計算機的一般指令。

```
(%i2) 1/2+1/3;
(%o2)  $\frac{5}{6}$ 
```

假如要知道結果的數值，可以開啓上方倒數第 2 個 Numeric 功能的第 2 項 To float

```
(%i3) float(%), numer;
(%o3) 0.833333333333333
```

或者直接鍵入 Ctrl+F 也可以。

```
float(數值);
```

```
(%i1) float((4*5+2)/7) ;
(%o1) 3.142857142857143
```

```
fpprec : 數;
```

```
bfloat(數值);
```

```
(%i2) fpprec : 50;
(%o2) 50
(%i3) bfloat(%pi) ;
(%o3) 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751b0
(%i4) fpprec : 16;
(%o4) 16
(%i5) bfloat(1000!) ;
(%o5) 4.023872600770938b2567
```

```
4.023872600770938*102567
```

圓周率的輸入方式為%pi，例如

```
(%i4) %pi;
```

```
(%o4) %pi
```

```
(%i5) float(%), numer;
```

```
(%o5) 3.141592653589793
```

三角函數 sin3 的輸入方式為 sin(3)，例如

```
(%i6) sin(3) ;
```

```
(%o6) sin(3)
```

```
(%i7) float(%), numer;
```

```
(%o7) 0.14112000805987
```

指數乘冪的輸入方式為 exp(3)，例如

```
(%i8) exp(3) ;
```

```
(%o8) %e3
```

```
(%i9) float(%), numer;
```

```
(%o9) 20.08553692318767
```

1.5 關數計算

```
sqrt(數學式) ;
```

```
cabs(數學式) ;
```

```
(%i1) sqrt(72) ;
```

```
(%o1) 6 sqrt(2)
```

```
(%i2) cabs(-1.2) ;
```

```
(%o2) 1.2
```

```
(%i3) cabs(2+3*%i) ;
```

```
(%o3) sqrt(13)
```

```
exp(數學式) ;
```

```
log(數學式) ;
```

```
(%i1) exp(2.3) ;;
```

```
(%o1) 9.974182454814718
```

```
(%i2) %e2.3;
```

```
(%o2) 9.974182454814718
```

```
(%i3) log(20.0);
```

```
(%o3) 2.995732273553991
```

(%i4) $\log(2.0)/\log(10.0)$;

(%o4) 0.30102999566398

$\sin(\text{數學式})$, $\cos(\text{數學式})$, $\tan(\text{數學式})$, $\sec(\text{數學式})$, $\csc(\text{數學式})$, $\cot(\text{數學式})$

(%i1) $\cos(\pi/3)$;

(%o1) $\frac{1}{2}$

(%i2) $\tan(45*\pi/180)$;

(%o2) 1

習題練習

1. 四則運算

1.1 $2735+1846-3099$

1.2 $2.35+3.91-1.83*7.01$

1.3 $\frac{6174}{58+89}$

1.4 $2.21^{\frac{1}{3}}*3.44^{1.25}$

1.5 $\left(\frac{1}{\frac{1}{32}+1}\right)^{\frac{1}{3}}$

2. 近似計算

2.1 $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

2.2 $\cos(\sin(2.63^3))$

2.3 $\log_{10}(42)$

2.4 $16\arctan(\frac{1}{5})-4\arctan(\frac{1}{239})$

2.5 $e^{\sqrt{163}\pi}$

第 2 章 求解

方程式的英文是 equation，字根是 equal，也就是等號“=”，換句話說，就是含有等號的數學式子。Maxima 能準確且有效的求出方程式的解。

2.1 solve 指令

最簡單的一元一次方程式 $x + 12 = 9$ ，求解的指令如下：

```
(%i1) solve([x+12=9],[x]);
```

```
[x], 以 x 回答
```

```
(%o1) [x=-3]
```

```
(%i2) solve([x^2=9],[x]);
```

```
x^2 指 x2
```

```
(%o2) [x=-3,x=3]
```

```
(%i3) solve([x+y=9],[x]);
```

```
(%o3) [x=9-y]
```

```
(%i4) solve([x^3-13*x+12],[x]);
```

```
若無等號，預設=0
```

```
(%o4) [x=1,x=-4,x=3]
```

對於二元一次方程式 $x + y = 20$ ， $4x + 2y = 66$ 求解 x 、 y 求解的指令如下：

```
(%i5) solve([x+y=20, 4*x+2*y=66],[x,y]);
```

```
(%o5) [[x=13,y=7]]
```

2.2 解的驗證

解之於方程式的驗證方法有好幾種，sublis 為其中一種，例如： $x = 3$ 是不是 $x^2 = 9$ 的一解。

```
(%i6) sublis([x=3],x^2=9);
```

```
(%o6) 9=9
```

```
(%i7) sublis([x=5],x^2=9);
```

```
(%o7) 25=9
```

明顯的 $25=9$ 是不對的

2.3 取代 subst

```
(%i8) subst(a,x+y,x+(x+y)^2+y);
```

```
對後面的式子，以 a 取代 x+y
```

```
(%o9) y + x + a2
```


第3章 數學表示式的操作

3.1 多項式的操作

多項式展開、因數分解、有理關數通分。

3.1.1 多項式的展開

expand 函數

expand(多項式) ;

(%i68) expand((x^2+x+1)*(x^2-x+1)) ;

(%o68) $1+x^2+x^4$

(%i69) expand((a+b)^5) ;

(%o69) $a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

ratcoef(多項式, 變數) ;

(%i70) ratcoef(a*x^2+b*x^2+c*x+d,x^2) ;

(%o70) b+a

3.1.2 多項式的因式分解

factor(多項式) ;

(%i71) factor(2*x^2-5*x+2) ;

(%o71) $(-2+x)(-1+2x)$

(%i72) factor(a^6-b^6) ;

(%o72) $(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$

(%i73) factor(x^4+4) ;

(%o73) $(2-2x+x^2)(2+2x+x^2)$

(%i74) factor(2520) ;

(%o74) $2^3 * 3^2 * 5 * 7$

3.2 有理式的操作

3.2.1 有理式的通分

(%i75) ratsimp(2/(x+1)-1/(x-1)) ;

(%o75) $\frac{x-3}{x^2-1}$

num(ratsimp(有理式)) ;

第四章 微積分

第五章 微分方程

5.1 介紹

常微分方程 (Ordinary differential equations) ODEs 無論初始值問題 (initial value problems) 或邊界值問題 (boundary value problems) , MAXIMA 均有符號化 (symbolically) 解決的能力。

5.2 寫法

```
'diff(expression, variable, time);
```

```
(%i1) 'diff(y(x),x,2)+'diff(y(x),x)+y(x)=0;
```

```
(%o1)  $\frac{d^2}{dx^2} y(x) + \frac{d}{dx} y(x) + y(x) = 0$ 
```

5.3 解微分方程

```
ode2(equation, function, variable);
```

```
(%i1) ode2('diff(y,x,2) + 'diff(y,x) + y = 0, y, x);
```

```
(%o1)  $y = \%e^{\frac{-x}{2}} (\%k1 \sin(\frac{\sqrt{3}x}{2}) + \%k2 \cos(\frac{\sqrt{3}x}{2}))$ 
```

註:%k1 and %k2 are the integration constant for second order ODEs.

5.4 加初始值

```
(%i1) x^2*'diff(y,x) + 3*y*x = sin(x)/x;
```

```
(%o1)  $x^2 (\frac{d}{dx} y) + 3xy = \frac{\sin(x)}{x}$ 
```

```
(%i2) ode2(%,y,x);
```

```
(%o2)  $y = \frac{\%c - \cos(x)}{x^3}$ 
```

註:%c is the integration constant for first order ODEs.

```
ic1(solution, xval, yval)
```

```
(%i3) ic1(%o2,x=%pi,y=0);
```

```
(%o3)  $y = -\frac{\cos(x) + 1}{x^3}$ 
```

5.5 解 $f(x)$ 、 $g(x)$ 兩個微分方程式

```
(%i1) 'diff(f(x),x)=diff(g(x),x)+sin(x);
```

```
(%o1)  $\frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} g(x) + \sin(x)$ 
```

```
(%i2) 'diff(g(x),x,2)=diff(f(x),x)-cos(x);
```

```
(%o2)  $\frac{d^2}{dx^2} g(x) = \frac{d}{dx} f(x) - \cos(x)$ 
```

```
(%i3) atvalue('diff(g(x),x),x=0,7);
```

```
(%o3) 7
```

```
(%i4) atvalue(f(x),x=0,1);
```

```
(%o4) 1
```

```
(%i5) desolve([%o1,%o2],[f(x),g(x)]);
```

```
(%o5) [f(x) = 7%ex - 6, g(x) = cos(x) + 7%ex + g(0) - 8]
```

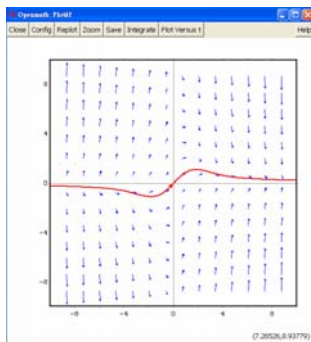
5.6 畫圖(向量場)

畫 $\frac{d}{dx} y = \frac{2-xy}{2}$ 的向量場

```
(%i1) load("plotdf")$
```

```
(%i2) plotdf((2-x*y)/2,[trajectory_at,0,0]);
```

```
(%o2) 0
```



圖上為通過原點(0,0)的解

可以在上面用滑鼠點會連出線來，表通過該點的解

5.7 畫圖(解的行為)

(%i1) 'diff(y(x),x)=3-2*x-y(x)/2;

(%o1) $\frac{d}{dx} y(x) = 3 - 2x - \frac{y(x)}{2}$

(%i2) atvalue(y(x),x=0,1);

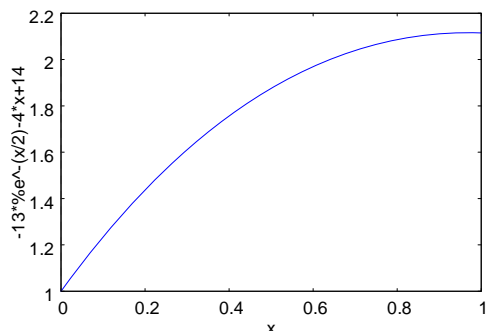
(%o2) 1

(%i3) desolve([%o1],[y(x)]);

(%o3) $y(x) = -13e^{-\frac{x}{2}} - 4x + 14$

(%i4) wxplot2d([-13*e^(-x/2)-4*x+14], [x,0,1])\$

(%t4)



附錄

A.1 基本運算

MAXIMA	意義
$a+b$;	
$a-b$;	
$a*b$;	
a/b ;	
a^b ;	
$\text{sqrt}(a)$;	
$\text{float}(a)$;	

A.2 代數

MAXIMA	意義
$\text{solve}(f(x)=g(x),x)$;	
$\text{solve}([f=g,h=k],[x,y])$;	
$\text{load}(\text{newton})$ $\text{newton}(f(x)-g(x),x,a)$;	
$\text{expand}(f(x))$;	
$\text{factor}(f(x))$;	
$\text{ratsimp}(f(x))$;	
$\text{partfrac}(f(x))$;	
$\text{ratsimp}(f(x))$;	
$\text{ratsimp}(f(x))$;	
$\text{fullratsimp}(f(x))$;	

A.3 複數

MAXIMA	意義
$a+b*i$;	
$\text{realpart}(z)$;	
$\text{imagpart}(z)$;	
$\text{cabs}(z)$;	
$\text{carg}(z)$;	
$\text{realpart}(z) - \text{imagpart}(z)*i$;	

A.4 行列式

MAXIMA	意義
$[a,b,c]$;	

行列式 matrix([a,b],[c,d]);	
makelist(a(i),p,q);	
makelist(a(p+(q-p)*r),i,1,(q-p)/r);	
a.b;	
transpose(adjoint(matrix(a,b,[1,1,1]))) [3];	
outermap(f,a,b);	
load(nchrpl); mattrace(a);	
determinant(a);	
invert(a);	
transpose(a);	
load(eigen); eigenvalues(a);	
load(eigen); eigenvectors(a);	

A.5 微積分

MAXIMA	意義
diff(f(x),x);	
integrate(f(x),x);	
integrate(f(x),x,a,b);	
sum(x(k),k,a,b);	
product(x(k),k,a,b);	
limit(f(x),x,a);	
taylor(f(x),x,a,n);	

A.6 微分方程

MAXIMA	意義
desolve(f(y(x))=0,y(x)); ode2(f(y(x))=0,y(x),x);	
desolve([f=0,g=0],y(x));	
atvalue(y(x),x=0,a); desolve(f=0,y(x));	

A.7 整數

MAXIMA	意義
round(x);	

<code>mod(n,p);</code>	
<code>gcd(a,b);</code>	
<code>lcm(a,b);</code>	
<code>factor(n);</code>	
<code>ratsimp(x);</code>	

A.8 畫圖

MAXIMA	意義
<code>plot2d(y,[x,a,b]);</code>	
<code>plot2d([y1,y2],[x,a,b]);</code>	
<code>plot2d([parametric,x,y],[t,a,b]);</code>	
<code>plot3d(z,[x,a,b],[y,p,q]);</code>	
<code>plot3d([x,y,z],[s,a,b],[t,p,q]);</code>	
<code>openplot_curves(x);</code>	