Maxima 在線性代數上之應用

行列式

國立屏東教育大學 應用數學系 研究助理 徐偉玲

weilinghsu@mail.npue.edu.tw

日期：2009/8/6

第四章 行列式

4.1 二階行列式

2.試求下列 $M_{2\times 2}(R)$中各矩陣的行列式

(a)$\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([6,-3],[2,4]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 6, -3，第二列的元素有 2, 4

(%o1) $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); //計算矩陣 A 的行列式 行列式指令：determinant(矩陣)

(%o2) 30

(b)$\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([-5,2],[6,1]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有-5, 2，第二列的元素有 6, 1

(%o1) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); //計算矩陣 A 的行列式 行列式指令：determinant(矩陣)

(%o2) - 17

(c)$\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([8,0],[3,-1]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 8, 0，第二列的元素有 3, -1

(%o1) $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); //計算矩陣 A 的行列式 $\boxed{\text{行列式指令：determinant(矩陣)}}$

(%o2) - 8

3.試求下列 $M_{2\times2}$(C)中各矩陣的行列式

(a) $\begin{pmatrix} -1+i & 1-4i \\ 3+2i & 2-3i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([-1+%i,1-4*%i],[3+2*%i,2-3*%i]);

(%o1) $\begin{bmatrix} \%i-1 & 1-4\,\%i \\ 2\,\%i+3 & 2-3\,\%i \end{bmatrix}$

(%i2) f:determinant(A);

(%o2) (2 -3 %i)(%i -1)-(1 -4 %i)(2 %i +3)

(%i3) expand(f);

(%o3) 15 %i -10

(b) $\begin{pmatrix} 5-2i & 6+4i \\ -3+i & 7i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([5-2*%i,6+4*%i],[-3+%i,7*%i]);

(%o1) $\begin{bmatrix} 5-2\,\%i & 4\,\%i+6 \\ \%i-3 & 7\,\%i \end{bmatrix}$

(%i2) f:determinant(A);

(%o2) 7 (5 -2 %i) %i -(%i -3)(4 %i +6)

(%i3) expand(f);

(%o3) 41 %i +36

(c) $\begin{pmatrix} 2i & 3 \\ 4 & 6i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([2*%i,3],[4,6*%i]);

(%o1) $\begin{bmatrix} 2\%i & 3 \\ 4 & 6\%i \end{bmatrix}$

(%i2) f:determinant(A);

(%o2) -24

4.對下列 R^2 上各對向量，求由 u 及 v 所決定的平行四邊形面積

(a) u=(3, -2)及 v=(2, 5)

(%i1) A:matrix([3,-2],[2,5]); 將向量轉換成矩陣 A，將向量當作矩陣的列，此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 3, -2，第二列的元素有 2, 5

(%o1) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

(%i2) abs(determinant(A)); 平行四邊形的面積爲矩陣 A 行列式的絕對值，指令中 abs 代表 absolute，絕對值的意思

(%o2) 19

(b) u=(1,3)及 v=(-3,1)

(%i1) A:matrix([1,3],[-3,1]); 將向量轉換成矩陣 A，將向量當作矩陣的列，此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, 3，第二列的元素有-3, 1

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

(%i2) abs(determinant(A)); 平行四邊形的面積爲矩陣 A 行列式的絕對值，指令中 abs 代表 absolute，絕對值的意思

(%o2) 10

(c) u=(4, -1)及 v=(-6, -2)

(%i1) A:matrix([4,-1],[-6,-2]); 將向量轉換成矩陣 A，將向量當作矩陣的列，此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 4, -1，第二列的元素有-6, -2

$$(\%o1) \quad \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}$$

(%i2) abs(determinant(A)); 平行四邊形的面積爲矩陣 A 行列式的絕對值，指令中 abs 代表 absolute，絕對值的意思

(%o2) 14

(d) u=(3,4)及 v=(2, -6)

(%i1) A:matrix([3,4],[2,-6]); 將向量轉換成矩陣 A，將向量當作矩陣的列，此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 3, 4，第二列的元素有 2, -6

$$(\%o1) \quad \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$$

(%i2) abs(determinant(A)); 平行四邊形的面積爲矩陣 A 行列式的絕對值，指令中 abs 代表 absolute，絕對值的意思

(%o2) 26

4.2 n 階行列式

5 至 12，沿著所指示之列作餘因子展開式，計算各矩陣之行列式

5. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ 沿第一列

(%i1) A:matrix([0,1,2],[-1,0,-3],[2,3,0]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名

稱爲 A，第一列的元素有 0, 1, 2，第二列的元素有-1, 0, -3，第三列元素有 2, 3, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j)); 定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A, i, j) := (-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A, i, j))$

(%i3) cofactor(A,1,1); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) 9

(%i4) minor(A,1,2); //對 A 矩陣去掉第 1 列第 1 行所成的矩陣 指令：minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第 i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o4) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(%i5) cofactor(A,1,2); // cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 2 行元素的餘因子

(%o5) -6

(%i6) minor(A,1,3); //對 A 矩陣去掉第 1 列第 1 行所成的矩陣 指令：minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第 i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o6) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(%i7) cofactor(A,1,3); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 3 行元素的餘因子

(%o7) - 3

(%i8) 0*cofactor(A,1,1)+1*cofactor(A,1,2)+2*cofactor(A,1,3); //A 的行列式等於 A 的第一列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著 A 的第一列餘因子展開式

(%o8) - 12

6. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$沿第一列

(%i1) A:matrix([1,0,2],[0,1,5],[-1,3,0]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, 0, 2，第二列的元素有 0, 1, 5，第三列元素有-1, 3, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j)); 定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) cofactor(A, i, j):=$(-1)^{i+j}$ determinant(minor(A, i, j))

(%i3) cofactor(A,1,1); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) - 15

(%i4) minor(A,1,2); //對 A 矩陣去掉第 1 列第 2 行所成的矩陣 指令：minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第

i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o4) $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(%i5) cofactor(A,1,2);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 2 行元素的餘因子

(%o5) -5

(%i6) minor(A,1,3);　//對 A 矩陣去掉第 1 列第 3 行所成的矩陣　指令：minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第 i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o6) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

(%i7) cofactor(A,1,3);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 3 行元素的餘因子

(%o7) 1

(%i8) 1*cofactor(A,1,1)+0*cofactor(A,1,2)+2*cofactor(A,1,3);　//A 的行列式等於 A 的第一列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著 A 的第一列餘因子展開式

(%o8) -13

7. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$沿第二列

(%i1) A:matrix([0,1,2],[-1,0,-3],[2,3,0]);　此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣　//矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 0, 1, 2，第二列的元素有-1, 0, -3，第三列元素有 2, 3, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j)); 定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A,i,j):=(-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A,i,j))$

(%i3) cofactor(A,2,1); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 2 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) 6

(%i4) minor(A,2,2); //對 A 矩陣去掉第 2 列第 2 行所成的矩陣 指令：minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第 i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o4) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(%i5) cofactor(A,2,2); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 2 列第 2 行元素的餘因子

(%o5) -4

(%i6) minor(A,2,3); //對 A 矩陣去掉第 2 列第 3 行所成的矩陣 指令：minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第 i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o6) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(%i7) cofactor(A,2,3); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 2 列第 3 行元素的餘因子

(%o7) 2

(%i8) (-1)*cofactor(A,2,1)+0*cofactor(A,2,2)+(-3)*cofactor(A,2,3); //A 的行列式等於 A 的第二列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著 A 的第二列餘因子展開式

(%o8) -12

8. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$沿第三列

(%i1) A:matrix([1,0,2],[0,1,5],[-1,3,0]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, 0, 2，第二列的元素有 0, 1, 5，第三列元素有-1, 3, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j)); 定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A,i,j):=(-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A,i,j))$

(%i3) cofactor(A,3,1); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 3 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) -2

(%i4) minor(A,3,2); //對 A 矩陣去掉第 3 列第 2 行所成的矩陣 指令：minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第 i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

(%i5) cofactor(A,3,2); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 3 列第 2 行元素的餘因子

(%o5) -5

(%i6) minor(A,3,3);　//對 A 矩陣去掉第 3 列第 3 行所成的矩陣　指令:minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第 i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o6) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(%i7) cofactor(A,3,3);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 3 列第 3 行元素的餘因子

(%o7) 1

(%i8) (-1)*cofactor(A,3,1)+3*cofactor(A,3,2)+0*cofactor(A,3,3);　//A 的行列式等於 A 的第三列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著 A 的第三列餘因子展開式

(%o8) -13

9. $\begin{pmatrix} 0 & 1+i & 2 \\ -2i & 0 & 1-i \\ 3 & 4i & 0 \end{pmatrix}$ 沿第三列

(%i1) A:matrix([0,1+%i,2],[-2*%i,0,1-%i],[3,4*%i,0]);

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & \%i+1 & 2 \\ -2\,\%i & 0 & 1-\%i \\ 3 & 4\,\%i & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j));

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A,i,j):=(-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A,i,j))$

(%i3) cofactor(A,3,1);

(%o3) $(1-\%i)(\%i+1)$

(%i4) cofactor(A,3,2);

(%o4) $-4\,\%i$

(%i5) cofactor(A,3,3);

(%o5) $2\,\%i\,(\%i+1)$

(%i6) f:(3)*cofactor(A,3,1)+(4*%i)*cofactor(A,3,2)+0*cofactor(A,3,3);

(%o6) $3\,(1-\%i)\,(\%i+1)+16$

(%i7) expand(f);

(%o7) 22

10. $\begin{pmatrix} i & 2+i & 0 \\ -1 & 3 & 2i \\ 0 & -1 & 1-i \end{pmatrix}$沿第二列

(%i1) A:matrix([%i,2+%i,0],[-1,3,2*%i],[0,-1,1-%i]);

(%o1) $\begin{bmatrix} \%i & \%i+2 & 0 \\ -1 & 3 & 2\,\%i \\ 0 & -1 & 1-\%i \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j));

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A,i,j):=(-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A,i,j))$

(%i3) cofactor(A,2,1);

(%o3) $-(1-\%i)\,(\%i+2)$

(%i4) cofactor(A,2,2);

(%o4) $(1-\%i)\,\%i$

(%i5) cofactor(A,2,3);

(%o5) %i

(%i6) f:(-1)*cofactor(A,3,1)+(3)*cofactor(A,3,2)+(2*%i)*cofactor(A,3,3);

(%o6) 2 %i (4 %i +2)−2 %i (%i +2)+6

(%i7) expand(f);

(%o7) 0

11. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 沿第四列

(%i1) A:matrix([0,2,1,3],[1,0,-2,2],[3,-1,0,1],[-1,1,2,0]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 0, 2, 1, 3，第二列的元素有 1, 0, -2, 2，第三列元素有 3, -1, 0, 1，第四列的元素有-1, 1, 2, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j)); 定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A,i,j):=(-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A,i,j))$

(%i3) cofactor(A,4,1); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) 12

(%i4) cofactor(A,4,2);　//對 A 矩陣去掉第 4 列第 2 行所成的矩陣　指令：minor(矩陣，第 i 列，第 j 行)代表矩陣第 i，j 這個位置的子式(minor)，也就是矩陣去掉第 i 列，第 j 行所成的矩陣

(%o4)　23

(%i5) cofactor(A,4,3);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 3 行元素的餘因子

(%o5)　- 7

(%i6) cofactor(A,4,4);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 4 行元素的餘因子

(%o6)　- 13

(%i7) (-1)*cofactor(A,4,1)+(1)*cofactor(A,4,2)+2*cofactor(A,4,3)+0*cofactor(A,4,4);
//A 的行列式等於 A 的第四列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱為沿著 A 的第四列餘因子展開式

(%o7)　- 3

12. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & -3 & 8 \\ -2 & 6 & -4 & 1 \end{pmatrix}$沿第四列

(%i1) A:matrix([1,-1,2,-1],[-3,4,1,-1],[2,-5,-3,8],[-2,6,-4,1]);　此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣　//矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, -1, 2, -1，第二列的元素有-3, 4, 1, -1，第三列元素有 2, -5, -3, 8，第四列的元素有-2, 6, -4, 1

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & -3 & 8 \\ -2 & 6 & -4 & 1 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j));　定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函

$\boxed{\text{數}}$

(%o2) cofactor(A, i, j):=$(-1)^{i+j}$determinant(minor(A, i, j))

(%i3) cofactor(A,4,1); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) 52

(%i4) cofactor(A,4,2); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 2 行元素的餘因子

(%o4) 42

(%i5) cofactor(A,4,3); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 3 行元素的餘因子

(%o5) 2

(%i6) cofactor(A,4,4); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 4 行元素的餘因子

(%o6) 14

(%i7)
(-2)*cofactor(A,4,1)+(6)*cofactor(A,4,2)+(-4)*cofactor(A,4,3)+1*cofactor(A,4,4);
//A 的行列式等於 A 的第四列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著 A 的第四列餘因子展開式

(%o7) 154

13 至 22，使用任一適當之法，計算各矩陣之行列式

13. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([0,0,1],[0,2,3],[4,5,6]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱

爲 A，第一列的元素有 0, 0, 1，第二列的元素有 0, 2, 3，第三列元素有 4, 5, 6

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //求矩陣 A 的行列式

(%o2) - 8

14. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([2,3,4],[5,6,0],[7,0,0]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 2, 3, 4，第二列的元素有 5, 6, 0，第三列元素有 7, 0, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //求矩陣 A 的行列式

(%o2) - 168

15. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱

爲 A，第一列的元素有 1, 2, 3，第二列的元素有 4, 5, 6，第三列元素有 7, 8, 9

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //求矩陣 A 的行列式

(%o2) 0

16. $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & -8 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([-1,3,2],[4,-8,1],[2,2,5]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有-1, 3, 2，第二列的元素有 4, -8, 1，第三列元素有 2, 2, 5

(%o1) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & -8 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //求矩陣 A 的行列式

(%o2) 36

17. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \\ 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([0,1,1],[1,2,-5],[6,-4,3]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名

稱爲 A，第一列的元素有 0, 1, 1，第二列的元素有 1, 2, -5，第三列元素有 6, -4, 3

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //求矩陣 A 的行列式

(%o2) -49

18. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([1,-2,3],[-1,2,-5],[3,-1,2]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, -2, 3，第二列的元素有-1, 2, -5，第三列元素有 3, -1, 2

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //求矩陣 A 的行列式

(%o2) 10

19. $\begin{pmatrix} i & 2 & -1 \\ 3 & 1+i & 2 \\ -2i & 1 & 4-i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([%i,2,-1],[3,1+%i,2],[-2*%i,1,4-%i]);

(%o1) $\begin{bmatrix} \%i & 2 & -1 \\ 3 & \%i+1 & 2 \\ -2\,\%i & 1 & 4-\%i \end{bmatrix}$

(%i2) f:determinant(A);

(%o2) %i ((4 − %i)(%i + 1) − 2) − 2 (4 %i + 3 (4 − %i)) − 2 %i (%i + 1) − 3

(%i3) expand(f);

(%o3) − %i − 28

20. $\begin{pmatrix} -1 & 2+i & 3 \\ 1-i & i & 1 \\ 3i & 2 & -1+i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([-1,2+%i,3],[1-%i,%i,1],[3*%i,2,-1+%i]);

(%o1) $\begin{bmatrix} -1 & \%i+2 & 3 \\ 1-\%i & \%i & 1 \\ 3\ \%i & 2 & \%i-1 \end{bmatrix}$

(%i2) f:determinant(A);

(%o2) −((1 − %i)(%i − 1) − 3 %i)(%i + 2) − (%i − 1) %i + 3 (2 (1 − %i) + 3) + 2

(%i3) expand(f);

(%o3) 17 − 3 %i

21. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([1,0,-2,3],[-3,1,1,2],[0,4,-1,1],[2,3,0,1]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, 0, -2, 3，第二列的元素有-3, 1, 1, 2，第

三列元素有 0, 4, -1, 1，第四列的元素有 2, 3, 0, 1

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //求矩陣 A 的行列式

(%o2) 95

22. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -12 \\ -5 & 12 & -14 & 19 \\ -9 & 22 & -20 & 31 \\ -4 & 9 & -14 & 15 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([1,-2,3,-12],[-5,12,-14,19],[-9,22,-20,31],[-4,9,-14,15]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, -2,3, -12，第二列的元素有-5, 12, -14, 19，第三列元素有-9, 22, -20, 31，第四列的元素有-4, 9, -14, 15

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -12 \\ -5 & 12 & -14 & 19 \\ -9 & 22 & -20 & 31 \\ -4 & 9 & -14 & 15 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //求矩陣 A 的行列式

(%o2) -100

4.3 行列式的性質

2 至 7 使用 Cramer 法則解各線性方程組

2. $a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1$

$a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2$

其中 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$

(%i1) M:[a11*x1+a12*x2=b1,a21*x1+a22*x2=b2]; 建立線性方程系統，指令：線

性系統名稱[方程式 1，方程式 2,…，方程式 n] //方程組名稱爲 M，方程式 1 爲 $a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1$，方程式 2 爲 $a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2$

A:coefmatrix(M,[x1,x2]); 將線性方程由代數形式轉換爲矩陣形式，所謂轉換，可以看作我們把方程式中的 x1、x2、x3 隱藏，只留下係數，用 Maxima 的指令做轉換要使用 coefmatrix，指令：coefmatrix([線性系統名稱]，[未知數 1，…，未知數 n]) //轉換後的矩陣名稱定爲 A，線性系統名稱爲之前所定義的 M，未知數爲 x1、x2

(%o1) $[a12\,x2 + a11\,x1 = b1, a22\,x2 + a21\,x1 = b2]$

(%i2)

(%o2) $\begin{bmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{bmatrix}$

(%i3) a:determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算矩陣 A 的行列式且得出的值令爲 a

(%o3) $a11\,a22 - a12\,a21$

(%i4) c:determinant(matrix([b1,a12],[b2,a22])); //計算將 A 矩陣的第 1 行改爲 b 後所得矩陣的行列式，得出的值令爲 c

(%o4) $a22\,b1 - a12\,b2$

(%i5) d:determinant(matrix([a11,a12],[a21,a22])); //計算將 A 矩陣的第 2 行改爲 b 後所得矩陣的行列式，得出的值令爲 d

(%o5) $a11\,a22 - a12\,a21$

(%i6) x1=(c/a); //使用 Cramer 法則，x1=$\dfrac{\det M_1}{\det(A)}$，det($M_1$)爲前所求的 c，det(A)=a 爲前所求矩陣 A 的行列式值

(%o6) $x1 = \dfrac{a22\,b1 - a12\,b2}{a11\,a22 - a12\,a21}$

(%i7) x2=(d/a); //使用 Cramer 法則，x2=$\dfrac{\det M_2}{\det(A)}$，det($M_2$)為前所求的 d，det(A)=a 為前所求矩陣 A 的行列式值

(%o7) x2 = 1

3. $2x_1+x_2-3x_3=5$
$x_1-2x_2+x_3=10$
$3x_1-4x_2-2x_3=0$

(%i1) M:[2*x1+x2-3*x3=5,x1-2*x2+x3=10,3*x1+4*x2-2*x3=0]; 建立線性方程系統，指令：線性系統名稱[方程式 1，方程式 2,…，方程式 n] //方程組名稱為 M，方程式 1 為 $2x_1+x_2-3x_3=5$，方程式 2 為 $x_1-2x_2+x_3=10$，方程式 3 為 $3x_1-4x_2-2x_3=0$

coefmatrix(M,[x1,x2,x3]); 將線性方程由代數形式轉換為矩陣形式，所謂轉換，可以看作我們把方程式中的 x1、x2、x3 隱藏，只留下係數，用 Maxima 的指令做轉換要使用 coefmatrix，指令：coefmatrix([線性系統名稱]，[未知數 1，…，未知數 n]) //線性系統名稱為之前所定義的 M，未知數為 x1、x2、x3

(%o1) [- 3 x3 + x2 + 2 x1 = 5 , x3 - 2 x2 + x1 = 10 , - 2 x3 + 4 x2 + 3 x1 = 0]

(%i2)

(%o2) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix}$

(%i3) D:determinant(matrix([2,1,-3],[1,-2,1],[3,4,-2])); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算上列矩陣的行列式且得出的值令為 D

(%o3) - 25

(%i4) x1=(1/D).determinant(matrix([5,1,-3],[10,-2,1],[0,4,-2])); //使用 Cramer 法則，x1=$\dfrac{\det M_1}{D}$，det(M_1)為將前矩陣的第 1 行改為 b=$\begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$，D 為前所求係數矩陣的行列式值

(%o4) x1 = 4

(%i5) x2=(1/D).determinant(matrix([2,5,-3],[1,10,1],[3,0,-2])); //使用 Cramer 法

則，x2=$\dfrac{\det M_2}{D}$，det(M_2)為將前矩陣的第 2 行改為 b=$\begin{pmatrix}5\\10\\0\end{pmatrix}$，D 為前所求係數矩陣的行列式值

(%o5) $x2 = -3$

(%i6) x3=(1/D).determinant(matrix([2,1,5],[1,-2,10],[3,4,0])); //使用 Cramer 法

則，x3=$\dfrac{\det M_3}{D}$，det(M_3)為將前矩陣的第 3 行改為 b=$\begin{pmatrix}5\\10\\0\end{pmatrix}$，D 為前所求係數矩陣的行列式值

(%o6) $x3 = 0$

4. $2x_1+x_2-3x_3=1$
$x_1-2x_2+x_3=0$
$3x_1+4x_2-2x_3=-5$

(%i1) M:[2*x1+x2-3*x3=1,x1-2*x2+x3=0,3*x1+4*x2-2*x3=-5]; 建立線性方程系統，指令：線性系統名稱[方程式 1，方程式 2,…，方程式 n] //方程組名稱為 M，方程式 1 為 $2x_1+x_2-3x_3=1$，方程式 2 為 $x_1-2x_2+x_3=0$，方程式 3 為 $3x_1+4x_2-2x_3=-5$

coefmatrix(M,[x1,x2,x3]); 將線性方程由代數形式轉換為矩陣形式，所謂轉換，可以看作我們把方程式中的 x1、x2、x3 隱藏，只留下係數，用 Maxima 的指令做轉換要使用 coefmatrix，指令：coefmatrix([線性系統名稱]，[未知數 1，…，未知數 n]) //線性系統名稱為之前所定義的 M，未知數為 x1、x2、x3

(%o1) $[-3\,x3+x2+2\,x1=1,\ x3-2\,x2+x1=0,\ -2\,x3+4\,x2+3\,x1=-5]$

(%o2) $\begin{bmatrix}2 & 1 & -3\\1 & -2 & 1\\3 & 4 & -2\end{bmatrix}$

(%i3) D:determinant(matrix([2,1,-3],[1,-2,1],[3,4,-2])); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算上列矩陣的行列式且得出的值令爲 D

(%o3) - 25

(%i4) x1=(1/D).determinant(matrix([1,1,-3],[0,-2,1],[-5,4,-2])); //使用 Cramer 法

則，x1=$\frac{\det M_1}{D}$，det(M_1)爲將前矩陣的第 1 行改爲 b=$\begin{pmatrix}1\\0\\-5\end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o4) $x1 = -1$

(%i5) x2=(1/D).determinant(matrix([2,1,-3],[1,0,1],[3,-5,-2])); //使用 Cramer 法

則，x2=$\frac{\det M_2}{D}$，det(M_2)爲將前矩陣的第 2 行改爲 b=$\begin{pmatrix}1\\0\\-5\end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o5) $x2 = -\frac{6}{5}$

(%i6) x3=(1/D).determinant(matrix([2,1,1],[1,-2,0],[3,4,-5])); //使用 Cramer 法則，

32=$\frac{\det M_3}{D}$，det(M_3)爲將前矩陣的第 3 行改爲 b=$\begin{pmatrix}1\\0\\-5\end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o6) $x3 = -\frac{7}{5}$

5. $x_1-x_2+4x_3=-4$
   $-8x_1+3x_2+x_3=8$
   $2x_1-x_2+x_3=-0$

(%i1) M:[x1-x2+4*x3=-4,-8*x1+3*x2+x3=8,2*x1-x2+x3=0]; 建立線性方程系統，指令：線性系統名稱[方程式 1，方程式 2,…，方程式 n] //方程組名稱爲 M，方程式 1 爲 x_1-x_2 +4x_3=-4，方程式 2 爲-8x_1 +3x_2 +x_3 =8，方程式 3 爲 2x_1-x_2 +x_3=-0
coefmatrix(M,[x1,x2,x3]); 將線性方程由代數形式轉換爲矩陣形式，所謂轉換，可以看作我們把方程式中的 x1、x2、x3 隱藏，只留下係數，用 Maxima 的指令做轉換要使用 coefmatrix，指令：coefmatrix([線性系統名稱]，[未知數 1，…，未知數 n]) //線性系統名稱爲之前所定義的 M，未知數爲 x1、x2、x3

(%o1) $[4\,x3-x2+x1=-4,\ x3+3\,x2-8\,x1=8,\ x3-x2+2\,x1=0]$

(%i2)

(%o2) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ -8 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

(%i3) D:determinant(matrix([1,-1,4],[-8,3,1],[2,-1,1])); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算上列矩陣的行列式且得出的值令爲 D

(%o3) 2

(%i4) x1=(1/D).determinant(matrix([-4,-1,4],[8,3,1],[0,-1,1])); //使用 Cramer 法則，x1=$\frac{\det M_1}{D}$，det(M_1)爲將前矩陣的第 1 行改爲 b=$\begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o4) $x1=-20$

(%i5) x2=(1/D).determinant(matrix([1,-4,4],[-8,8,1],[2,0,1])); //使用 Cramer 法則，x2=$\frac{\det M_2}{D}$，det(M_2)爲將前矩陣的第 2 行改爲 b=$\begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o5) $x2=-48$

(%i6) x3=(1/D).determinant(matrix([1,-1,-4],[-8,3,8],[2,-1,0])); //使用 Cramer 法

則，x3=$\dfrac{\det M_3}{D}$，det(M_3)爲將前矩陣的第 3 行改爲 b=$\begin{pmatrix}-4\\8\\0\end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o6) $x3=-8$

6. $x_1-x_2+4x_3=-2$
$-8x_1+3x_2+x_3=0$
$2x_1-x_2+x_3=6$

(%i1) M:[x1-x2+4*x3=-2,-8*x1+3*x2+x3=0,2*x1-x2+x3=6]; 建立線性方程系統，指令：線性系統名稱[方程式 1，方程式 2,…，方程式 n] //方程組名稱爲 M，方程式 1 爲 $x_1-x_2+4x_3=-2$，方程式 2 爲 $-8x_1+3x_2+x_3=0$，方程式 3 爲 $2x_1-x_2+x_3=6$
coefmatrix(M,[x1,x2,x3]); 將線性方程由代數形式轉換爲矩陣形式，所謂轉換，可以看作我們把方程式中的 x1、x2、x3 隱藏，只留下係數，用 Maxima 的指令做轉換要使用 coefmatrix，指令：coefmatrix([線性系統名稱]，[未知數 1，…，未知數 n]) //線性系統名稱爲之前所定義的 M，未知數爲 x1、x2、x3

(%o1) $[4\,x3-x2+x1=-2\,,\ x3+3\,x2-8\,x1=0\,,\ x3-x2+2\,x1=6]$
(%i2)

(%o2) $\begin{bmatrix}1 & -1 & 4\\ -8 & 3 & 1\\ 2 & -1 & 1\end{bmatrix}$

(%i3) D:determinant(matrix([1,-1,4],[-8,3,1],[2,-1,1])); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算上列矩陣的行列式且得出的值令爲 D

(%o3) 2

(%i4) x1=(1/D).determinant(matrix([-2,-1,4],[0,3,1],[6,-1,1])); //使用 Cramer 法

則，x1=$\dfrac{\det M_1}{D}$，det(M_1)爲將前矩陣的第 1 行改爲 b=$\begin{pmatrix}-2\\0\\6\end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o4) $x1=-43$

(%i5) x2=(1/D).determinant(matrix([1,-2,4],[-8,0,1],[2,6,1])); //使用 Cramer 法則，x2=$\dfrac{\det M_2}{D}$，det(M_2)爲將前矩陣的第 2 行改爲 b=$\begin{pmatrix}-2\\0\\6\end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o5) $x2=-109$

(%i6) x3=(1/D).determinant(matrix([1,-1,-2],[-8,3,0],[2,-1,6])); //使用 Cramer 法則，x3=$\dfrac{\det M_3}{D}$，det(M_3)爲將前矩陣的第 3 行改爲 b=$\begin{pmatrix}-2\\0\\6\end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o6) $x3=-17$

7. $3x_1+x_2+x_3=-4$
$-2x_1-x_2=12$
$x_1+2x_2+x_3=-8$

(%i1) M:[3*x1+x2+x3=4,-2*x1-x2=12,x1+2*x2+x3=-8]; 建立線性方程系統，指令：線性系統名稱[方程式 1，方程式 2,…，方程式 n] //方程組名稱爲 M，方程式 1 爲 $3x_1+x_2+x_3=-4$，方程式 2 爲$-2x_1-x_2=12$，方程式 3 爲 $x_1+2x_2+x_3=-8$
coefmatrix(M,[x1,x2,x3]); 將線性方程由代數形式轉換爲矩陣形式，所謂轉換，可以看作我們把方程式中的 x1、x2、x3 隱藏，只留下係數，用 Maxima 的指令做轉換要使用 coefmatrix，指令：coefmatrix([線性系統名稱]，[未知數 1，…，未知數 n]) //轉換後的矩陣名稱定爲 A，線性系統名稱爲之前所定義的 M，未知數爲 x1、x2、x3

(%o1) $[x3+x2+3\,x1=4,\ -x2-2\,x1=12,\ x3+2\,x2+x1=-8]$
(%i2)

(%o2) $\begin{bmatrix}3 & 1 & 1\\-2 & -1 & 0\\1 & 2 & 1\end{bmatrix}$

(%i3) D:determinant(matrix([3,1,1],[-2,-1,0],[1,2,1])); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算上列矩陣的行列式且得出的值令爲 D

(%o3) -4

(%i4) x1=(1/D).determinant(matrix([4,1,1],[12,-1,0],[-8,2,1])); //使用 Cramer 法

則，x1=$\frac{\det M_1}{D}$，det(M_1)爲將前矩陣的第 1 行改爲 b=$\begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ -8 \end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o4) $x1=0$

(%i5) x2=(1/D).determinant(matrix([3,4,1],[-2,12,0],[1,-8,1])); //使用 Cramer 法

則，x2=$\frac{\det M_2}{D}$，det(M_2)爲將前矩陣的第 2 行改爲 b=$\begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ -8 \end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o5) $x2=-12$

(%i6) x3=(1/D).determinant(matrix([3,1,4],[-2,-1,12],[1,2,-8])); //使用 Cramer 法

則，x3=$\frac{\det M_3}{D}$，det(M_3)爲將前矩陣的第 3 行改爲 b=$\begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ -8 \end{pmatrix}$，D 爲前所求係數矩陣的行列式值

(%o6) $x3=16$

26.求下列各矩陣的古典伴隨矩陣

(a)$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([A11,A12],[A21,A22]);　//定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 A11、A12，第二列的元素有 A21、A22

$$(\%o1)\quad \begin{bmatrix} A11 & A12 \\ A21 & A22 \end{bmatrix}$$

(%i2) adjoint(A);　方陣 A 的古典伴隨矩陣是由其第 ij-元素爲 A 的第 ij 餘因子所構成的矩陣之轉置矩陣，指令：adjoint(矩陣)

$$(\%o2)\quad \begin{bmatrix} A22 & -A12 \\ -A21 & A11 \end{bmatrix}$$

(b) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([4,0,0],[0,4,0],[0,0,4]);　//定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 4, 0, 0，第二列的元素有 0, 4, 0，第三列的元素有 0, 0, 4

$$(\%o1)\quad \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

(%i2) adjoint(A);　方陣 A 的古典伴隨矩陣是由其第 ij-元素爲 A 的第 ij 餘因子所構成的矩陣之轉置矩陣，指令：adjoint(矩陣)

$$(\%o2)\quad \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

(c) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([-4,0,0],[0,2,0],[0,0,5]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有-4, 0, 0，第二列的元素有 0, 2, 0，第三列的元素有 0, 0, 5

$$(\%o1)\quad \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

(%i2) adjoint(A); 方陣 A 的古典伴隨矩陣是由其第 ij-元素爲 A 的第 ij 餘因子所構成的矩陣之轉置矩陣，指令：adjoint(矩陣)

$$(\%o2)\quad \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{bmatrix}$$

(d) $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([3,6,7],[0,4,8],[0,0,5]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 3, 6, 7，第二列的元素有 0, 4, 8，第三列的元素有 0, 0, 5

$$(\%o1)\quad \begin{bmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

(%i2) adjoint(A); 方陣 A 的古典伴隨矩陣是由其第 ij-元素爲 A 的第 ij 餘因子所構成的矩陣之轉置矩陣，指令：adjoint(矩陣)

$$(\%o2)\quad \begin{bmatrix} 20 & -30 & 20 \\ 0 & 15 & -24 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

(e) $\begin{pmatrix} 1-i & 0 & 0 \\ 4 & 3i & 0 \\ 2i & 1+4i & -1 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([1-i,0,0],[4,3*i,0],[2*i,1+4*i,-1]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 1-I, 0, 0，第二列的元素有 4, 3i, 0，第三列的元素有 2i, 1+4i, -1

(%o1) $\begin{bmatrix} 1-i & 0 & 0 \\ 4 & 3\,i & 0 \\ 2\,i & 4\,i+1 & -1 \end{bmatrix}$

(%i2) adjoint(A); 方陣 A 的古典伴隨矩陣是由其第 ij-元素為 A 的第 ij 餘因子所構成的矩陣之轉置矩陣，指令：adjoint(矩陣)

(%o2) $\begin{bmatrix} -3\,i & 0 & 0 \\ 4 & i-1 & 0 \\ 4\,(4\,i+1)-6\,i^2 & -(1-i)\,(4\,i+1) & 3\,(1-i)\,i \end{bmatrix}$

(f) $\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 6 & -3 & 0 \\ -3 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([7,1,4],[6,-3,0],[-3,5,-2]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 7, 1, 4，第二列的元素有 6, -3, 0，第三列的元素有-3, 5, -2

(%o1) $\begin{bmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 6 & -3 & 0 \\ -3 & 5 & -2 \end{bmatrix}$

(%i2) adjoint(A); 方陣 A 的古典伴隨矩陣是由其第 ij-元素爲 A 的第 ij 餘因子所構成的矩陣之轉置矩陣，指令：adjoint(矩陣)

$$(\%o2) \quad \begin{bmatrix} 6 & 22 & 12 \\ 12 & -2 & 24 \\ 21 & -38 & -27 \end{bmatrix}$$

(g) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 8 & 0 & -3 \\ 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([-1,2,5],[8,0,-3],[4,6,1]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有-1, 2, 5，第二列的元素有 8, 0, -3，第三列的元素有 4, 6, 1

$$(\%o1) \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 8 & 0 & -3 \\ 4 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

(%i2) adjoint(A); 方陣 A 的古典伴隨矩陣是由其第 ij-元素爲 A 的第 ij 餘因子所構成的矩陣之轉置矩陣，指令：adjoint(矩陣)

$$(\%o2) \quad \begin{bmatrix} 18 & 28 & -6 \\ -20 & -21 & 37 \\ 48 & 14 & -16 \end{bmatrix}$$

(h) $\begin{pmatrix} 3 & 2+i & 0 \\ -1+i & 0 & i \\ 0 & 1 & 3-2i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([3,2+i,0],[-1+i,0,i],[0,1,3-2*i]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 3, 2+I, 0，第二列的元素有-1+I, 0, i，第三列的元素有 0, 1, 3-2i

(%o1) $$\begin{bmatrix} 3 & i+2 & 0 \\ i-1 & 0 & i \\ 0 & 1 & 3-2i \end{bmatrix}$$

(%i2) adjoint(A); 方陣 A 的古典伴隨矩陣是由其第 ij-元素爲 A 的第 ij 餘因子所構成的矩陣之轉置矩陣，指令：adjoint(矩陣)

(%o2) $$\begin{bmatrix} -i & -(3-2i)(i+2) & i(i+2) \\ -(3-2i)(i-1) & 3(3-2i) & -3i \\ i-1 & -3 & -(i-1)(i+2) \end{bmatrix}$$

4.4 摘要－有關行列式的重要事實

2.求下列各 2×2 矩陣的行列式

(a) $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([4,-5],[2,3]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 4, -5，第二列的元素有 2, 3

(%o1) $$\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算矩陣 A 的行列式

(%o2) 22

(b) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([-1,7],[3,8]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有-1, 7，第二列的元素有 3, 8

(%o1) $\begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算矩陣 A 的行列式

(%o2) -29

(c) $\begin{pmatrix} 2+i & -1+3i \\ 1-2i & 3-i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([2+%i,-1+3*%i],[1-2*%i,3-%i]);

(%o1) $\begin{bmatrix} \%i+2 & 3\,\%i-1 \\ 1-2\,\%i & 3-\%i \end{bmatrix}$

(%i2) f:determinant(A);

(%o2) (3−%i)(%i+2)−(1−2 %i)(3 %i−1)

(%i3) expand(f);

(%o3) 2−4 %i

(d) $\begin{pmatrix} 3 & 4i \\ -6i & 2i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([3,4*%i],[-6*%i,2*%i]);

(%o1) $\begin{bmatrix} 3 & 4\,\%i \\ -6\,\%i & 2\,\%i \end{bmatrix}$

(%i2) f:determinant(A);

(%o2) 6 %i−24

(%i3) expand(f);

(%o3) 6 %i−24

3.依指定方式求下列各矩陣的行列式值

(a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ 沿第一列

(%i1) A:matrix([0,1,2],[-1,0,-3],[2,3,0]); 此矩陣取名為 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是為了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱為 A，第一列的元素有 0, 1, 2，第二列的元素有-1, 0, -3，第三列元素有 2, 3, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j)); 定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A, i, j) := (-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A, i, j))$

(%i3) cofactor(A,1,1); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) 9

(%i4) cofactor(A,1,2); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 2 行元素的餘因子

(%o4) -6

(%i5) cofactor(A,1,3); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 3 行元素的餘因子

(%o5) -3

(%i6) 0*cofactor(A,1,1)+(1)*cofactor(A,1,2)+2*cofactor(A,1,3); //A 的行列式等於 A 的第一列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱為沿著 A 的第一列餘因

子展開式

(%o6) -12

(c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$沿第二行

(%i1) A:matrix([0,1,2],[-1,0,-3],[2,3,0]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣 //矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 0, 1, 2，第二列的元素有-1, 0, -3，第三列元素有 2, 3, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j)); 定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A, i, j) := (-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A, i, j))$

(%i3) cofactor(A,1,2); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 2 行元素的餘因子

(%o3) -6

(%i4) cofactor(A,2,2); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 2 列第 2 行元素的餘因子

(%o4) -4

(%i5) cofactor(A,3,2); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 3 列第 2 行元素的餘因子

(%o5) -2

(%i6) 1*cofactor(A,1,2)+0*cofactor(A,2,2)+3*cofactor(A,3,2);　//A 的行列式等於 A 的第二行上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著 A 的第二行餘因子展開式

(%o6) - 12

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ 沿第三列

(%i1) A:matrix([1,0,2],[0,1,5],[-1,3,0]); 此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣　//矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, 0, 2，第二列的元素有 0, 1, 5，第三列元素有-1, 3, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j));　定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A, i, j) := (-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A, i, j))$

(%i3) cofactor(A,3,1);　//由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 3 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) - 2

(%i4) cofactor(A,3,2);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 3 列第 2 行元素的餘因子

(%o4) - 5

(%i5) cofactor(A,3,3);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 3 列第 3 行元素的餘因子

(%o5) 1

(%i6) (-1)*cofactor(A,3,1)+3*cofactor(A,3,2)+0*cofactor(A,3,3);　//A 的行列式等於 A 的第三列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著 A 的第三列餘因子展開式

(%o6) -13

(e) $\begin{pmatrix} 0 & 1+i & 2 \\ -2i & 0 & 1-i \\ 3 & 4i & 0 \end{pmatrix}$沿第三列

(f) $\begin{pmatrix} i & 2+i & 0 \\ -1 & 3 & 2i \\ 0 & -1 & 1-i \end{pmatrix}$沿第三行

(g) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$沿第四行

(%i1) A:matrix([0,2,1,3],[1,0,-2,2],[3,-1,0,1],[-1,1,2,0]);　此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣　//矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 0, 2, 1, 3，第二列的元素有 1, 0, -2, 2，第三列元素有 3, -1, 0, 1，第四列的元素有-1, 1, 2, 0

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j));　定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A,i,j):=(-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A,i,j))$

(%i3) cofactor(A,1,4);　//由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 1 列第 4 行元素的餘因子

(%o3) 6

(%i4) cofactor(A,2,4);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 2 列第 4 行元素的餘因子

(%o4) - 10

(%i5) cofactor(A,3,4);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 3 列第 4 行元素的餘因子

(%o5) - 1

(%i6) cofactor(A,4,4);　//cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 4 行元素的餘因子

(%o6) - 13

(%i7) (3)*cofactor(A,1,4)+2*cofactor(A,2,4)+1*cofactor(A,3,4)+0*cofactor(A,4,4); //A 的行列式等於 A 的第四行上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著 A 的第四行餘因子展開式

(%o7) - 3

(h) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & -3 & 8 \\ -2 & 6 & -4 & 1 \end{pmatrix}$沿第四列

(%i1) A:matrix([1,-1,2,-1],[-3,4,1,-1],[2,-5,-3,8],[-2,6,-4,1]);　此矩陣取名爲 A，matrix 是「矩陣」的意思，以中括號表示「列」，將矩陣取名是爲了方便之後的讀取矩陣　//矩陣名稱爲 A，第一列的元素有 1, -1, 2, -1，第二列的元素有-3, 4, 1,

-1，第三列元素有 2, -5, -3, 8，第四列的元素有-2, 6, -4, 1

(%o1) $$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & -3 & 8 \\ -2 & 6 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

(%i2) cofactor(A,i,j):=(-1)^(i+j)*determinant(minor(A,i,j)); 定義矩陣的餘因子，矩陣的餘因子(cofator)在 Maxima 中並沒有定義，我們可以容易的定一個 cofator 函數

(%o2) $\mathrm{cofactor}(A, i, j) := (-1)^{i+j}\,\mathrm{determinant}(\mathrm{minor}(A, i, j))$

(%i3) cofactor(A,4,1); //由前定義餘因子了，於是 cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 1 行元素的餘因子

(%o3) 52

(%i4) cofactor(A,4,2); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 2 行元素的餘因子

(%o4) 42

(%i5) cofactor(A,4,3); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 3 行元素的餘因子

(%o5) 2

(%i6) cofactor(A,4,4); //cofator(矩陣，第幾列，第幾行)代表著矩陣的第幾列第幾行元素的餘因子，這邊表 A 的第 4 列第 4 行元素的餘因子

(%o6) 14

(%i7)
(-2)*cofactor(A,4,1)+6*cofactor(A,4,2)+(-4)*cofactor(A,4,3)+1*cofactor(A,4,4);
//A 的行列式等於 A 的第四列上的每個元素乘上它的餘因子的乘積和，稱爲沿著

A 的第四列餘因子展開式

(%o7) 154

4.利用任何適當方法，求下列矩陣的行列式值

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 1, 2, 3，第二列的元素有 4, 5, 6，第三列的元素有 7, 8, 9

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); $\boxed{\text{行列式指令：determinant(矩陣)}}$ //計算矩陣 A 的行列式

(%o2) 0

(b) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & -8 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([-1,3,2],[4,-8,1],[2,2,5]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有-1, 3, 2，第二列的元素有 4, -8, 1，第三列的元素有 2, 2, 5

(%o1) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & -8 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); $\boxed{\text{行列式指令：determinant(矩陣)}}$ //計算矩陣 A 的行列式

(%o2) 36

(c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \\ 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([0,1,1],[1,2,-5],[6,-4,3]);   //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 0, 1, 1，第二列的元素有 1, 2, -5，第三列的元素有 6, -4, 3

(%o1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); $\boxed{\text{行列式指令：determinant(矩陣)}}$ //計算矩陣 A 的行列式

(%o2) -49

(d) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([1,-2,3],[-1,2,-5],[3,-1,2]);   //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 1, -2, 3，第二列的元素有-1, 2, -5，第三列的元素有 3, -1, 2

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

(%i2) determinant(A); $\boxed{\text{行列式指令：determinant(矩陣)}}$ //計算矩陣 A 的行列式

(%o2) 10

(e) $\begin{pmatrix} i & 2 & -1 \\ 3 & 1+i & 2 \\ -2i & 1 & 4-i \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([%i,2,-1],[3,1+%i,2],[-2*%i,1,4-%i]);

$$(\%o1)\quad \begin{bmatrix} \%i & 2 & -1 \\ 3 & \%i+1 & 2 \\ -2\,\%i & 1 & 4-\%i \end{bmatrix}$$

(%i2) f:determinant(A);

$$(\%o2)\quad \%i\,((4-\%i)(\%i+1)-2)-2\,(4\,\%i+3\,(4-\%i))-2\,\%i\,(\%i+1)-3$$

(%i3) expand(f);

$$(\%o3)\quad -\%i-28$$

$$\text{(f)}\begin{pmatrix} -1 & 2+i & 3 \\ 1-i & i & 1 \\ 3i & 2 & -1+i \end{pmatrix}$$

(%i1) A:matrix([-1,2+%i,3],[1-%i,%i,1],[3*%i,2,-1+%i]);

$$(\%o1)\quad \begin{bmatrix} -1 & \%i+2 & 3 \\ 1-\%i & \%i & 1 \\ 3\,\%i & 2 & \%i-1 \end{bmatrix}$$

(%i2) f:determinant(A);

$$(\%o2)\quad -((1-\%i)(\%i-1)-3\,\%i)(\%i+2)-(\%i-1)\,\%i+3\,(2\,(1-\%i)+3)+2$$

(%i3) expand(f);

$$(\%o3)\quad 17-3\,\%i$$

$$\text{(g)}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(%i1) A:matrix([1,0,-2,3],[-3,1,1,2],[0,4,-1,1],[2,3,0,1]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 1, 0, -2, 3，第二列的元素有-3, 1, 1, 2，第三列的元素有 0, 4, -1, 1，第四列的元素有 2, 3, 0, 1

(%o1) $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算矩陣 A 的行列式

(%o2) 95

(h) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -12 \\ -5 & 12 & -14 & 19 \\ -9 & 22 & -20 & 31 \\ -4 & 9 & -14 & 15 \end{pmatrix}$

(%i1) A:matrix([1,-2,3,-12],[-5,12,-14,19],[-9,22,-20,31],[-4,9,-14,15]); //定義一矩陣，矩陣名稱叫做 A，第一列的元素有 1, -2, 3, -12，第二列的元素有-5, 12, -14, 19，第三列的元素有-9, 22, -20, 31，第四列的元素有-4, 9, -14, 15

(%o1) $$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -12 \\ -5 & 12 & -14 & 19 \\ -9 & 22 & -20 & 31 \\ -4 & 9 & -14 & 15 \end{bmatrix}$$

(%i2) determinant(A); 行列式指令：determinant(矩陣) //計算矩陣 A 的行列式

(%o2) - 100

4.5 行列式的特徵