

以下將依據九年一貫數學部編教科書的章節內容，以 MAXIMA 軟體

解答國中二年級下學期習作以供國中生參考

目 錄

國中二年級上學期(第 3 冊)

第 1 章 乘法公式與多項式

1-1 乘法公式

1-2 多項式與其加減

1-3 多項式的乘除

第 1 章綜合習題

第 2 章 畢氏定理與平方根

2-1 畢氏定理

2-2 平方根與近似值

2-3 根式的運算

2-4 畢氏定理的應用

第 2 章綜合習題

第 3 章 多項式的因式分解

3-1 乘法公式與提公因式法

3-2 十字交乘法

第 3 章綜合習題

第 4 章 一元二次方程式

4-1 用因式分解法求解

4-2 配方法與公式解

4-3 一元二次方程式的應用

第 4 章綜合習題

國中二年級下學期(第 4 冊)

第 1 章 數列與級數

1-1 等差數列

1-2 等差級數

第 1 章綜合習題

第 2 章 幾何圖形的角

2-1 三角形的角

2-2 多邊形的內角與外角

2-3 平行與垂直

第 2 章綜合習題

第 3 章 三角形的基本性質

3-1 全等的概念

3-2 SSS 全等與尺規作圖

3-3 三角形的邊角關係

第 3 章綜合習題

第 4 章 幾何圖形

4-1 平行四邊形

4-2 線對稱與幾何圖形

4-3 周長與面積

4-4 表面積與體積

第 4 章綜合習題



國中二年級下學期(第 4 冊)

第 1 章 數列與級數

1-1 等差數列

1-2 等差級數

第 2 章 幾何圖形的角

2-1 三角形的角

2-2 多邊形的內角與外角

2-3 平行與垂直

第 3 章 三角形的基本性質

3-1 全等的概念

3-2 SSS 全等與尺規作圖

3-3 三角形的邊角關係

第 4 章 幾何圖形

4-1 平行四邊形

4-2 線對稱與幾何圖形

4-3 周長與面積

4-4 表面積與體積

第 1 章 數列與級數 1-1 等差數列

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.找出下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1)23、16、9、2、-5、-12。

(2)1000、100、10、1、 $-\frac{1}{10}$ 。

(3)1、-2、3、-4、5、-6、7。

(4) $\frac{2}{9}$ 、 $\frac{4}{99}$ 、 $\frac{6}{999}$ 、 $\frac{8}{9999}$ 、 $\frac{10}{99999}$ 。

2.寫出下列數列的前 5 項：

(1) $a_n = n^3$

(%i1) for n:1 thru 5 do (print (n^3));

※「for 變數: 數值 thru 數值 do (print (變數算式))」指令表示做 for 迴圈; print 列出值, 輸入 for n:1 thru 5 do (print (n^3)) →



ctrl+enter。

1
8
27
64
125

(%o1) done

(2) a_n = 第 n 個質數。

(%i1) for n:1 thru 15 do (if primep(n)=true then print(n));

※ 「for 變數: 數值 thru 數值 do (print (變數算式)」指令表示做 for 迴圈；print 列出值，輸入 for n:1 thru 15 do (if primep(n)=true then print(n)) → ctrl+enter。

2
3
5
7
11
13

(%o1) done

★本方法是先列出 1-15 之中所有質數，可以發現，前 5 項質數分別為 2.3.5.7.11。

(3)1、-1、...、 $(-1)^{n+1}$ 、...

(%i1) for n:1 thru 5 do (print ((-1)^(n+1)));

※ 「for 變數: 數值 thru 數值 do (print (變數算式)」指令表示做 for 迴圈；print 列出值，輸入 for n:1 thru 5 do (print ((-1)^(n+1))) → ctrl+enter。

1
-1
1
-1
1

(%o1) done

此題無法直接使用 Maxima 軟體



3.右圖是由 n 個正三角形所組成的圖形，依據你的觀察， n 是奇數還是偶數？



n 是偶數。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.東門游泳池的置物箱號碼排列方式如下表：

第一列	1	5	9	13	17	21	25	29	33
第二列	2	6	10	14	18	22	26	30	34
第三列	3	7	11	15	19	23	27	31	35
第四列	4	8	12	16	20	24	28	32	36

請問：

(1)第四列由左至右的第 n 個置物箱的號碼是幾號？

答： $4 \times n$ 。

(2)第一列由左至右的第 n 個置物箱的號碼是幾號？

答： $1+(n-1) \times 4$ 。

5.一等差數列的首項為 5，第 13 項為 5，第 13 項為 77，求此數列的公差。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(5,d,13)=77], [d]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解；「arithmetic(首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(5,d,13)=77], [d]) → ctrl+enter。

(%o2) [d=6]

6.一等差數列的首項為 10，公差為 4，問 58 為此數列的第幾項？

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(10,4,n)=58], [n]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解；「arithmetic(首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入



solve([arithmetic(10,4,n)=58], [n]) →
ctrl+enter。

(%o2) [n=13]

7.一等差數列的 $a_{10}=-15$ ，公差為 3，求此等差數列的第 34 項。

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(a,3,10)=-15], [a]); ※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解;「arithmetic(首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(a,3,10)=-15], [a]) → ctrl+enter。

(%o2) [a=-42]

首項為-42，

(%i3) arithmetic(-42,3,34); ※「arithmetic(首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic(-42, 3, 34) → ctrl+enter。

(%o3) 57

8.在 12 和 48 間插入 5 個數，並構成一等差數列，求最中間項的值。

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(12,d,7)=48], [d]); ※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解;「arithmetic(首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(12,d,7)=48], [d]) → ctrl+enter。

(%o2) [d=6]

公差為 6，

(%i3) arithmetic(12,6,4); ※「arithmetic(首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic(12,6,4) → ctrl+enter。

(%o3) 30

此題無法直接使用 Maxima 軟體

9.一等差數列的首項為 24，末項為 84，若此等差數列中有一項為 48，此等差數列最少有多少項？

先算出(24,84,48)最大公因數。



(%i1) gcd(gcd(24,84),48); ※由於無法直接三個一起求最大公因數，本方法先將前兩位數(底線部份所示)求最大公因數，在將所得結果與最後一位數求最大公因數，「gcd(gcd(數值,數值), 數值)」指令表示求最大公因數，輸入 gcd(gcd(24,84),48) → ctrl+enter。

(%o1) 12

所以， $d=12$ ，

因此，此項有 24、36、48、60、72、84 共 6 項。

10.依序將 $x=0、1、2、3、4$ 代入函數 $y=2x-5$ ，並將得到的 y 值寫成一數列。

(1)說明此數列為一等差數列。

(%i1) f(x):=y=2*x-5; ※「f(變數):=函數式」指令表示定義函數式，輸入 f(x):=y=2*x-5 → ctrl+enter。

(%o1) f(x):=y=2*x-5

(%i2) f(0); ※「f(數值)」指令表示將數值代入函數式，輸入 f(0) → ctrl+enter。

(%o2) y=-5

(%i3) f(1); ※「f(數值)」指令表示將數值代入函數式，輸入 f(1) → ctrl+enter。

(%o3) y=-3

(%i4) f(2); ※「f(數值)」指令表示將數值代入函數式，輸入 f(2) → ctrl+enter。

(%o4) y=-1

(%i5) f(3); ※「f(數值)」指令表示將數值代入函數式，輸入 f(3) → ctrl+enter。

(%o5) y=1

(%i6) f(4); ※「f(數值)」指令表示將數值代入函數式，輸入 f(4) → ctrl+enter。

(%o6) y=3

答：-5、-3、-1、1、3。

(2)公差是多少？

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(-5,d,5)=3], [d]); ※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(-5,d,5)=3], [d]) → ctrl+enter。

(%o2) [d=2]

11.求 72 和-36 的等差中項。

(%i1) (72+(-36))/2; ※直接輸入(72+(-36))/2 → ctrl+enter。



(%o1) 18

12

(1)有一等差數列， $a_1=5$ ， $a_{13}=35$ ，試說明 a_1 和 a_{13} 的等差中項是 a_7 ，該項等於。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(5,d,13)=35], [d]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(5,d,13)=35], [d]) → ctrl+enter。

(%o2) $[d=\frac{5}{2}]$

公差為 $\frac{5}{2}$ ，

(%i3) arithmetic(5,5/2,7); ※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic (5, 5/2, 7) → ctrl+enter。

(%o3) 20

(2) 有一等差數列， $a_2=3$ ， $a_{10}=33$ ，試說明 a_2 和 a_{10} 的等差中項是 a_6 ，該項等於。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(a,d,2)=3,arithmetic(a,d,10)=33], [a,d]); ※ 「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(a,d,2)=3,arithmetic(a,d,10)=33], [a,d]) → ctrl+enter。



(%o2) [[a=- $\frac{3}{4}$,d= $\frac{15}{4}$]]

首項為 $-\frac{3}{4}$ ；公差為 $\frac{15}{4}$ ，

(%i3) arithmetic(-3/4,15/4,6); ※「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列,輸入 arithmetic (-3/4,15/4,6) → ctrl+enter。

(%o3) 18

此題無法直接使用 Maxima 軟體

13.一直角三角形三邊由小到大為 a、8、c 構成等差數列，求 a 和 c。(提示：若設 d 為公差，則 a、c 和 d 有什麼關係?)

原邊長為 3、4、5(同乘 2 倍) → 6、8、10，

因此，a=6；c=10。

14.若 a、3、a² 是一等差數列，求所有滿足此條件的等差數列。

2、3、4；-3、3、9，二組滿足此條件。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

15.有兩數 a、b，若 a、2、b 和 5、b、a 都是等差數列，求 a 與 b。

a=1；b=3。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

16.鎮公所計劃在長為 420 公尺的馬路兩邊種植行道樹，在路標 0 公尺處種第一棵，路標 420 公尺處種最後一棵，若在中間每隔 15 公尺種一棵樹，問馬路兩邊總共要種多少棵樹？

首項=0，公差=15，末項=420，

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(0,15,n)=420], [n]); ※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(0,15,n)=420], [n]) → ctrl+enter。

(%o2) [n=29]

因此，二邊總共要種 29×2=58 棵樹。

此題無法直接使用 Maxima 軟體



17. (續 16.) 若鎮公所也計劃在馬路頭尾之間 (含頭尾) 等距裝設 11 盞路燈，問需每隔幾公尺裝一盞？沿路會有路燈和行道樹重疊的地方嗎？

首項=0，公差=d，項數=11，末項=420，

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(0,d,11)=420], [d]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(0,d,11)=420], [d]) → ctrl+enter。

(%o2) [d=42]

因此，每隔 42 公尺裝一盞燈。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i3) lcm(15,42); ※ 「lcm(數值,數值)」指令表示求最小公倍數，輸入 lcm(15,42) → ctrl+enter。

(%o3) 210

當 210 公尺和 420 公尺時，沿路會有路燈和行道樹重疊。

第 1 章 數列與級數 1-2 等差級數

1. 求下列各式的值：

(1) $44 \times (-2) + 40 \times (-2) + 36 \times (-2) + 32 \times (-2) + 28 \times (-2)$

$(44 + 40 + 36 + 32 + 28) \times (-2)$

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) arithsum(44,-4,5)*(-2); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (44, -4, 5)*(-2) → ctrl+enter。

(%o2) -360

(2) $(40-2) + (30-2) + (20-2) + (10-2) + (-2) + (-10-2)$

$38 + 28 + 18 + 8 + (-2) + (-12)$

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。



(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) arithsum(38,-10,6); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (38, -10, 6) → ctrl+enter。

(%o2) 78

2.有一 20 項的等差級數，首項為 6，末項為-120，求此等差級數之和。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(6,d,20)=-120], [d]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(6,d,20)=-120], [d]) → ctrl+enter。

(%o2) [d=- $\frac{126}{19}$]

公差為 $-\frac{126}{19}$ 。

(%i3) arithsum(6,-126/19,20); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (6, -126/19, 20) → ctrl+enter。

(%o3) -1140

3.有一等差級數，首項為 10，末項為 154，公差為 12，求此等差級數之和。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(10,12,n)=154], [n]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(10,12,n)=154], [n]) → ctrl+enter。

(%o2) [n=13]

項數為 13，

(%i3) arithsum(10,12,13); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數



和，輸入 arithsum (10,1 2,13) → ctrl+enter。

(%o3) 1066

4. 有一 150 項的等差級數，首項為 100，第二項是 98，求此等差級數之和。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) arithsum(100,-2,150); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (100, -2, 150) → ctrl+enter。

(%o2) -7350

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5. 如果一等差數列共有 6 項，和為 72，首項比末項小 10，求此等差級數的首項。

★等差級數和 = $\frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2}$

令首項=x；末項=y，

$$\begin{cases} 72 = \frac{6 \times (x + y)}{2} \\ y - x = 10 \end{cases}$$

(%i1) solve([72=(6*(x+y))/2,y-x=10], [x,y]); ※ 「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([72=(6*(x+y))/2,y-x=10], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=7,y=17]]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

6. 若在 10 和 90 之間插入 k 個數，並構成一等差數列，則此 k 個數之和是多少？
等差 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.....

★等差級數和 = $\frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2}$

$$\frac{k \times (90 + 10)}{2} - (90 - 10) = \frac{k \times 100}{2} - 80 = 50k - 80。$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

7. 有一 10 項的等差級數和為 30，且首項為 x，末項為 x²。求 x，並寫出此等差級數之前 4 項。



★等差級數和 = $\frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2}$

$$30 = \frac{10 \times (x + x^2)}{2}$$

```
(%i1) solve([30=(10*(x+x^2))/2], [x]);
```

※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([30=(10*(x+x^2))/2], [x]) → ctrl+enter。

```
(%o1) [x=-3,x=2]
```

★公差 = $\frac{\text{末項} - \text{首項}}{\text{間隔數}}$

當 x=2 時，公差 = $\frac{4-2}{9-1} = \frac{2}{9}$ ，

前 4 項：2、 $2\frac{2}{9}$ 、 $2\frac{4}{9}$ 、 $2\frac{6}{9}$ 。

當 x=-3 時，公差 = $\frac{9-(-3)}{10-1} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ ，

前 4 項：-3、 $-\frac{5}{3}$ 、 $-\frac{1}{3}$ 、1。

8. 有一和為 3400 的等差級數，若其首項為 40，公差為 20，求此等差級數的項數。

```
(%i1) load ("functs");
```

※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

```
(%o1)
```

```
C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac
```

```
(%i2) solve([arithmetic(40,20,n)=3400], [n]);
```

※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解；「arithmetic(首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(40,20,n)=3400], [n]) → ctrl+enter。

```
(%o2) [n=169]
```

此題無法直接使用 Maxima 軟體

9. 有一等差級數，末項為 80，和為 0，求此等差級數的首項。

由於對稱關係，首項=-80。

此題無法直接使用 Maxima 軟體



10.有一 8 項的等差級數和為 100，又已知後 4 項之和比前 4 項之和多 48，求此等差數列。

$$\begin{cases} a+(a+d)+(a+2d)+(a+3d)+(a+4d)+(a+5d)+(a+6d)+(a+7d)=100 \\ ((a+4d)+(a+5d)+(a+6d)+(a+7d))-(a+(a+d)+(a+2d)+(a+3d))=48 \end{cases}$$

(%i6)

solve([a+(a+d)+(a+2*d)+(a+3*d)+(a+4*d)+(a+5*d)+(a+6*d)+(a+7*d)=100,((a+4*d)+(a+5*d)+(a+6*d)+(a+7*d))-(a+(a+d)+(a+2*d)+(a+3*d))=48], [a,d]);

※「solve([變數算式,變數算式],[變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([a+(a+d)+(a+2*d)+(a+3*d)+(a+4*d)+(a+5*d)+(a+6*d)+(a+7*d)=100,((a+4*d)+(a+5*d)+(a+6*d)+(a+7*d))-(a+(a+d)+(a+2*d)+(a+3*d))=48], [a,d]); → ctrl+enter。

(%o6) [[a=2,d=3]]

因此，此等差數列為 2、5、8、11、14、17、20、23。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

11.有一 7 項的等差數列 $a_1、a_2、a_3、a_4、a_5、a_6、a_7$ ，說明

$$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=a_4 \times 7$$

$$(a_4-3d)+(a_4-2d)+(a_4-d)+a_4+(a_4+d)+(a_4+2d)+(a_4+3d)=a_4 \times 7。$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

12.美華為了響應東南亞海嘯賑災捐款，第一星期捐出 200 元，第二個星期捐出 250 元，第三個星期捐出 300 元，若依此規律，持續捐款十個星期，問美華共捐出多少元？

首項=200，公差=50，項數=10，

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) arithsum (200, 50, 10); ※「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (200, 50, 10) → ctrl+enter。

(%o2) 4250

因此，美華共捐出 4250 元。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

13.有一建築公司出售某大樓的第 6 樓到第 10 樓，規定每高一層樓就要提高售價 20 萬元，若全部售完，共得款 4200 萬元，問第 9 樓賣了多少元？

首項=a，公差=20，項數=5，總和=4200，



(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。
 (%o1)
 C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac
 (%i2) solve([arithsum (a, 20, 5)=4200], [a]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」
 指令表示求解；「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 solve([arithsum (a, 20, 5)=4200], [a]) → ctrl+enter。

(%o2) [a=800]
 因此，6 樓賣 800 萬元。

(%i3) arithmetic(800,20,4); ※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic(800,20,4) → ctrl+enter。

(%o3) 860
 因此，第 9 樓賣了 860 萬元。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

14. 已知有一三角形，其三個角的度數成等差數列，且最大角為最小角的 4 倍，問最大角與最小角各為多少度？（已知三角形的三角和為 180°）

令最小角為 x ，

$$\begin{cases} x + (x + d) + (x + 2d) = 180 \\ 4x = (x + 2d) \end{cases}$$

(%i1) solve([x+(x+d)+(x+2*d)=180,4*x=(x+2*d)], [x,d]); ※ 「solve([變數算式, 變數算式], [變數, 變數])」指令表示求解，輸入 solve([x+(x+d)+(x+2*d)=180,4*x=(x+2*d)], [x,d]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=24,d=36]]
 因此，最小角為 24°，最大角為 24°+2×36=96°。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

15. 若三數成等差數列，其和為 24，積為 384，求這三數。

$$\begin{cases} x + (x + d) + (x + 2d) = 24 \\ x \times (x + d) \times (x + 2d) = 384 \end{cases}$$

(%i1) solve([x+(x+d)+(x+2*d)=24,x*(x+d)*(x+2*d)=384], [x,d]); ※ 「solve([變數



算式,變數算式], [變數, 變數]) 指令表示求解，輸入
`solve([x+(x+d)+(x+2*d)=24,x*(x+d)*(x+2*d)=384],[x,d])` → `ctrl+enter`。

`(%o1) [[x=4,d=4],[x=12,d=-4]]`
 因此，此等差數列為 4、8、12。

第 1 章 數列與級數 第 1 章綜合習題

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 找出下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 2、5、8、11、14、17、20、23。

(2) $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{11}{100}$ 、 $\frac{111}{1000}$ 、 $\frac{1111}{10000}$ 、 $\frac{11111}{100000}$ 。

2. 寫出下列數列的前五項：

(1) $a_n = \frac{1}{10^n}$

`(%i1) for n:1 thru 5 do (print(1/10^n));`

※ 「for 變數: 數值 thru 數值 do (print(變數算式))」指令表示做 for 迴圈；print 列出值，輸入 for n:1 thru 5 do (print(1/10^n)) → `ctrl+enter`。

$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{1000}$$



```

1
-----
10000
1
-----
100000
(%o1) done

```

(2) $a_n = n^2 + 1$

```

(%i1) for n:1 thru 5 do (print(n^2+1));

```

※ 「for 變數: 數值 thru 數值 do (print(變數算式))」指令表示做 for 迴圈；print 列出值，輸入 for n:1 thru 5 do (print(n^2+1)) → ctrl+enter。

```

2
5
10
17
26
(%o1) done

```

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 新東國中新生編號與隊伍排列的規則如下表，請問第 302 號是在第幾列？

第一列	1號	6號
第二列	2號	7號
第三列	3號	8號
第四列	4號	9號
第五列	5號	10號

302 號是在第二列。

4. 如果一等差數列的公差為-4，第 36 項為-99，求這數列的第 13 項。

```

(%i1) load ("functs");

```

※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

```

(%i2) solve([arithmetic(a,-4,36)=-99], [a]);

```

※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入



solve([arithmetic(a,-4,36)=-99], [a])
→ ctrl+enter。

(%o2) [a=41]

首項為 41，

(%i3) arithmetic(41,-4,13); ※「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic (41, -4, 13) → ctrl+enter。

(%o3) -7

5.有一等差數列， $a_{17}=36$ ， $a_8=-9$ ，求公差。

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(a,d,17)=36,arithmetic(a,d,8)=-9], [a,d]);

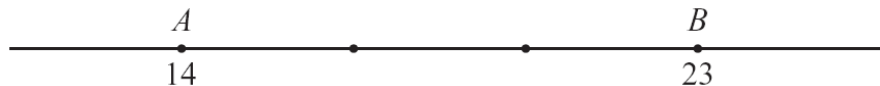
※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(a,d,17)=36,arithmetic(a,d,8)=-9], [a,d]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=-44,d=5]]

首項為-44；公差為 5。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

6.若要將 \overline{AB} 三等分，求出等分點的坐標。



首項=14，公差=d，項數=4，第 4 項=23，

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(14,d,4)=23], [d]); ※「solve([變數算式], [變數,變數])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic(14,d,4)=23], [d]) → ctrl+enter。

(%o2) [d=3]

第二點坐標為 $14+3=17$ ；

第三點坐標為 $17+3=20$ 。



7.有一等差數列， $a_{1000}=99$ ， $a_{3000}=1$ ， $a_{2000}=\underline{50}$ 。

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。
(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(a,d,1000)=99,arithmetic(a,d,3000)=1], [a,d]);

※「solve([變數算式,變數算式],[變數,變數])」指令表示求解；「arithmetic(首項,公差,項數)」指令表示求等差數列，輸入

solve([arithmetic(a,d,1000)=99,arithmetic(a,d,3000)=1], [a,d]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a= $\frac{147951}{1000}$,d= $-\frac{49}{1000}$]]

首項為 $\frac{147951}{1000}$ ；公差為 $-\frac{49}{1000}$ 。

(%i3) arithmetic(147951/1000,-49/1000,2000); ※「arithmetic(首項,公差,項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic(147951/1000,-49/1000,2000) → ctrl+enter。

(%o3) 50

此題無法直接使用 Maxima 軟體

8.1、 a 、 a^2 為等差數列，求 a 的可能值。

$a-1=a^2-a$ ；

(%i1) solve([a-1=a^2-a], [a]); ※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([a-1=a^2-a], [a]) → ctrl+enter。

(%o1) [a=1]

9.求下列各式的值：

(1)1-2+3-4+5-6+7-8+9-10

1+3+5+7+9

(%i1) load ("functs"); ※「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。
(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) arithsum(1,2,5); ※「arithsum(首項,公差,項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum(1,2,5) → ctrl+enter。

(%o2) 25

2+4+6+8+10

(%i3) arithsum(2,2,5); ※「arithsum(首項,公差,項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum(2,2,5) → ctrl+enter。



(%o3) 30

因此， $25-30=-5$ 。

(2) $80+60+40+20+20+40+60+80$

$(80+60+40+20)*2$

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) arithsum(80,-20,4)*2; ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (80, -20, 4)*2 → ctrl+enter。

(%o2) 400

10. 有一等差級數的首項為-20，末項為 80，級數和為 150，求此數列的項數與公差。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithmetic(-20,d,n)=80,arithsum(-20,d,n)=150], [d,n]);

※ 「solve([變數算式, 變數算式], [變數, 變數])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列；「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 solve([arithmetic(-20,d,n)=80,arithsum(-20,d,n)=150], [d,n]) → ctrl+enter。

(%o2) [[d=25,n=5]]

11. 一等差數列有 7 項，其中首項為-5，和為 91，求此數列第 7 項的值。

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) solve([arithsum(-5,d,7)=91], [d]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解；「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 solve([arithsum(-5,d,7)=91], [d]) → ctrl+enter。

(%o2) [d=6]

(%i3) arithmetic(-5,6,7); ※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic (-5, 6, 7) → ctrl+enter。

(%o3) 31

12. 若有一數列 a_1, a_2, \dots, a_n ，則其平均值為 $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ 。求下列各等差數列之平均值：



(1)85、82、79、76、73、70、67、64、61、58、55、52

(%i1) load ("functs"); ※ 「load ("functs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functs.mac

(%i2) arithsum(85,-3,12)/12; ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和, 輸入 arithsum(85,-3,12)/12 → ctrl+enter。

(%o2) $\frac{137}{2}$

(2)-28、-21、-14、-7、0、7、14、21、28

(%i3) arithsum(-28,7,9)/9; ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和, 輸入 arithsum(-28,7,9)/9 → ctrl+enter。

(%o3) 0

(3)1、2、3、4、5、6、...、n

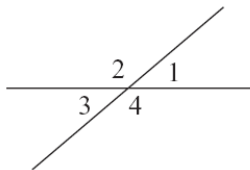
(%i4) arithsum(1,1,n)/n; ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和, 輸入 arithsum(1,1,n)/n → ctrl+enter。

(%o4) $\frac{n-1}{2} + 1$

第 2 章 幾何圖形的角 2-1 三角形的角

此題無法直接使用 Maxima 軟體

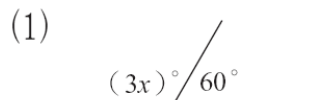
1. 如下圖, 問 ∠1 與 ∠3 的補角分別是哪些角?



∠1 和 ∠3 的補角皆為 ∠2 和 ∠4。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 求下列各圖形中的 x 的值:



3x+60=180

(%i1) solve([3*x+60=180], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求



解，輸入 solve([3*x+60=180], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=40]



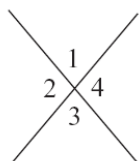
(2x+15)+x=180

(%i1) solve([2*x+15+x=180], [x]); ※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([2*x+15+x=180], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=55]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

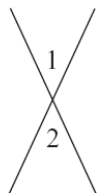
3.依據右圖，回答下列問題：



- (1) ∠1 與 ∠2 的對頂角分別為哪一個角？
∠1 的對頂角為 ∠3；∠2 的對頂角為 ∠4。
- (2)若 ∠1=85°，求 ∠2、∠3、∠4。
由於 ∠1 的對頂角為 ∠3，因此，∠1=∠3=85°；
由於 ∠2 的對頂角為 ∠4，因此，∠2=∠4=180°-85°=95°。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.如下圖，若 ∠1=x°，∠2=(3x-100)°，求 x。



由於 ∠1 的對頂角為 ∠2，因此，∠1=∠2，
x=(3x-100)

(%i1) solve([x=3*x-100], [x]); ※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([x=3*x-100], [x]) → ctrl+enter。



(%o1) [x=50]

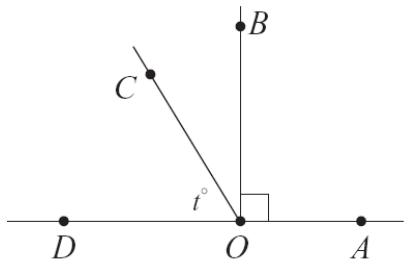
此題無法直接使用 Maxima 軟體

5.求下列各角的餘角：

- (1) $\angle A=45^\circ$
 $90^\circ-45^\circ=45^\circ$ 。
- (2) $\angle B=75^\circ$
 $90^\circ-75^\circ=15^\circ$ 。
- (3) $\angle C=85^\circ$
 $90^\circ-85^\circ=5^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

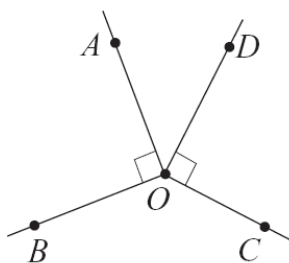
6.如下圖，A、O、D三點在同一直線上，已知 $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ ，且 $\angle COD=t^\circ$ ，試以t來表示 $\angle BOC$ 的度數。



$\angle BOC=90^\circ-t^\circ$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

7.如下圖，已知 $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ ，且 $\angle BOC=126^\circ$ 。



- (1)求 $\angle AOD$ 。
- $\angle AOD=360^\circ-126^\circ-90^\circ-90^\circ=54^\circ$ 。



(2) $\angle AOD$ 是 $\angle BOC$ 的對頂角嗎？

不是，是互為補角。

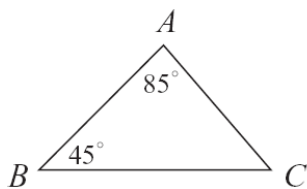
此題無法直接使用 Maxima 軟體

8. 當時鐘在三點半時，時針與分針所夾的角度是多少？

1 個小時： $90^\circ \div 3 = 30^\circ$ ，半個小時： $30^\circ \div 2 = 15^\circ$ ，因此，三點半時為 $30^\circ + 30^\circ + 15^\circ = 75^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

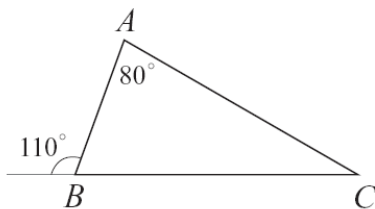
9. 如下圖，已知 $\angle A = 85^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，求 $\angle C$ 的外角。



$\angle C$ 的外角等於其兩內對角之和 $= 85^\circ + 45^\circ = 130^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

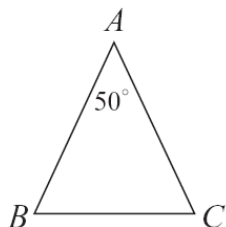
10. 如下圖， $\angle B$ 的外角為 110° ，求 $\angle C$ 。



$\angle B$ 的外角等於其兩內對角之和 $= \angle A + \angle C$ ， $110^\circ = 80^\circ + \angle C$ ，因此， $\angle C = 30^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

11. 如下圖，已知 $\angle B = \angle C$ ，求 $\angle B$ 。



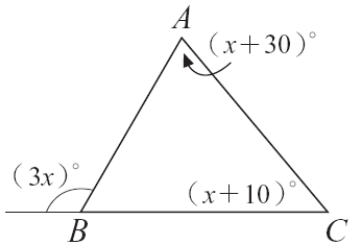
$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ，

由於 $\angle B = \angle C$ ，因此， $\angle B$ 和 $\angle C = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$ 。



此題無法直接使用 Maxima 軟體

12.如下圖， $\angle B$ 的外角為 $(3x)^\circ$ ， $\angle A=(x+30)^\circ$ ， $\angle C=(x+10)^\circ$ ，求 x 。



三角形任一外角等於其兩內對角之和。

$$3x=(x+30)+(x+10)$$

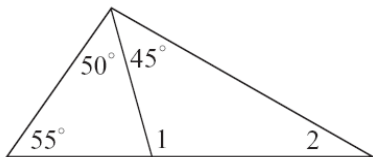
```
(%i1) solve([3*x=(x+30)+(x+10)], [x]);
```

※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([3*x=(x+30)+(x+10)], [x]) → ctrl+enter。

```
(%o1) [x=40]
```

此題無法直接使用 Maxima 軟體

13.如下圖，求 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 。



三角形任一外角等於其兩內對角之和。

$$\angle 1=50^\circ+55^\circ=105^\circ,$$

$$\angle 2=180^\circ-45^\circ-105^\circ=30^\circ.$$

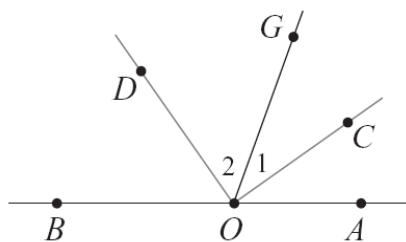
```
(%i1) 180-45-105; ※直接輸入 180-45-105 → ctrl+enter。
```

```
(%o1) 30
```

此題無法直接使用 Maxima 軟體

14.如下圖， \overline{OC} 、 \overline{OD} 分別為 $\angle AOG$ 、 $\angle GOB$ 的角平分線，求 $\angle 1+\angle 2$ 。





令 $\angle GOB$ 為 x ， $\angle AOG=180^\circ-x$ ，

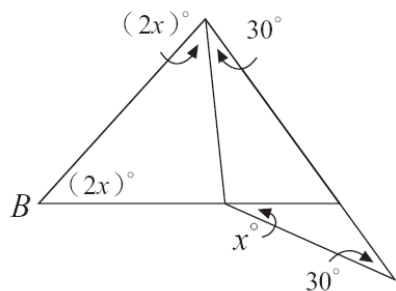
$$\angle 2 + \angle 1 = \frac{x}{2} + \frac{180-x}{2} = 90^\circ。$$

(%i1) solve([x/2=(180-x)/2], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([x/2=(180-x)/2], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=90]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

15. 如下圖，求 x 。



三角形任一外角等於其兩內對角之和。

$$2x^\circ + 2x^\circ + 30^\circ + x^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

(%i1) solve([2*x+2*x+30+x+30=180], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([2*x+2*x+30+x+30=180], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=24]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

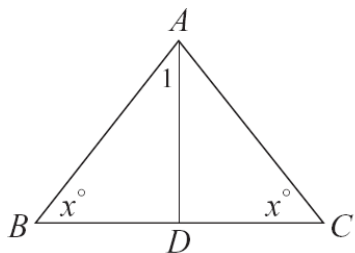
16. 已知一直角三角形的三個角由小到大的連比為 $1 : a : 5$ ，求 a 。

$$a = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24}。$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體



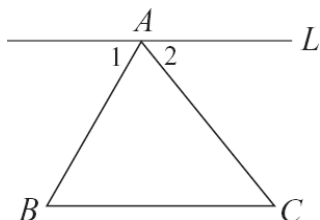
17.如下圖， \overline{AD} 為 $\angle A$ 的角平分線，且 $\angle B = \angle C = x^\circ$ ，求 $\angle 1$ 。(答案以 x 表示)



$$\angle 1 = 180^\circ - 90^\circ - x^\circ$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

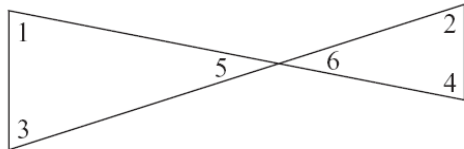
18.如下圖，有一 $\triangle ABC$ ， L 是過 A 的直線。已知 $\angle 1 = \angle B$ ，請於空格中填入適當的理由，說明 $\angle 2 = \angle C$ 。



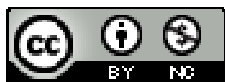
由 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle A$ (內角與外角互補)
 $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$ (三角形內角和為 180°)
 得 $\angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C$ (三角形外角性質)
 由 $\angle 1 = \angle B$ (已知)
 得 $\angle 2 = \angle C$ (對頂角相等)

此題無法直接使用 Maxima 軟體

19.如下圖 $\angle 1 = \angle 4$ ，請於空格中填入適當的理由，說明 $\angle 2 = \angle 3$ 。



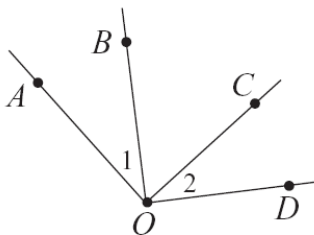
由於 $\angle 5 = \angle 6$ (對頂角相等)
 $\angle 1 = \angle 4$ (已知)
 得 $\angle 5 + \angle 1 = \angle 6 + \angle 4$ (對頂角相)
 因為 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 5 - \angle 1$ (三角形內角和為 180°)
 以及 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 6 - \angle 4$ (三角形內角和為 180°)



所以 $\angle 2 = \angle 3$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

20. 如下圖，已知 $\angle AOC = \angle BOD$ ，說明 $\angle 1 = \angle 2$ 。



由於 $\angle AOC = \angle BOD$ ，

所以， $\angle 1 = \angle AOC - \angle BOD$ ， $\angle 2 = \angle AOC - \angle BOD$ ，因此， $\angle 1 = \angle 2$ 。

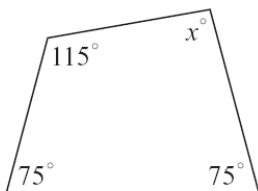
第 2 章 幾何圖形的角 2-2 多邊形的內角與外角

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 求下列各題中的 x ：

★ n 邊形的一組外角和為 360° ，而內角和為 $180^\circ \times (n-2)$ 。

(1)



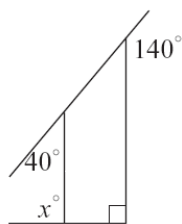
$$180^\circ \times (4-2) = 360^\circ,$$

$$x = 360^\circ - 115^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 95^\circ.$$

(%i1) 360-115-75-75; ※直接輸入 360-115-75-75 → ctrl+enter。

(%o1) 95

(2)



$$360^\circ - 140^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

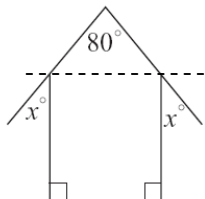


(%i1) 360-140-40-90; ※直接輸入 360-140-40-90 → ctrl+enter。

(%o1) 90

$x=180^{\circ}-90^{\circ}=90^{\circ}$ 。

(3)



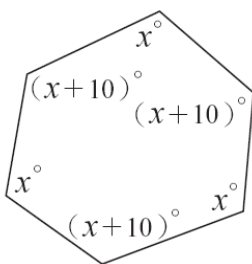
$180^{\circ}-80^{\circ}=100^{\circ}$ ， $100^{\circ}\div 2=50^{\circ}$ ，

$x=180^{\circ}-90^{\circ}-50^{\circ}=40^{\circ}$ 。

(%i1) 180-90-50; ※直接輸入 180-90-50 → ctrl+enter。

(%o1) 40

(4)



$180^{\circ}\times(6-2)=720^{\circ}$ ，

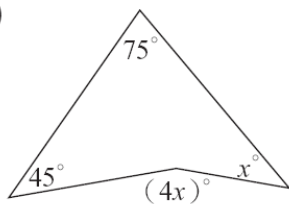
$x+(x+10)+x+(x+10)+x+(x+10)=720^{\circ}$ ，

(%i1) solve([x+(x+10)+x+(x+10)+x+(x+10)=720], [x]);

※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([x+(x+10)+x+(x+10)+x+(x+10)=720], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=115]

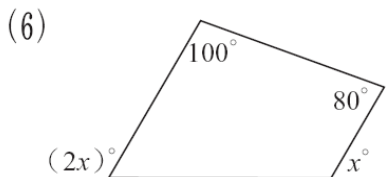
(5)



$75^\circ + 45^\circ + x^\circ = 4x^\circ$,

(%i1) solve([75+45+x=4*x], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([75+45+x=4*x], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=40]



$180^\circ \times (4-2) = 360^\circ$,

$360^\circ = 100^\circ + 80^\circ + (180^\circ - (2x)^\circ) + (180^\circ - x^\circ)$,

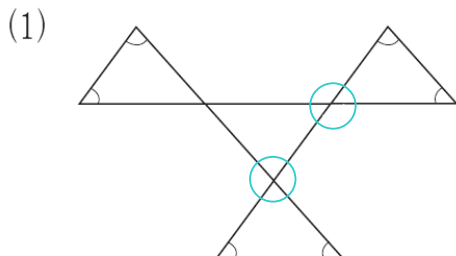
(%i1) solve([360=100+80+(180-(2*x))+(180-x)], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([360=100+80+(180-(2*x))+(180-x)], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=60]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.求下列有弧線標記的角度總和：

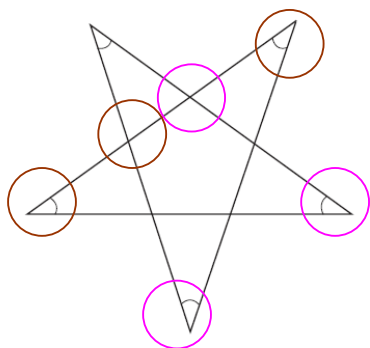
(1)



360° 。



(2)



★外角等於其兩內對角之和。

因此，此圖為 180°。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 已知四邊形的四個角由小到大的連比為 1 : 2 : a : 3，若最小的角度為 45°，求 a。

$$1 : 2 : a : 3 \rightarrow 45^\circ : 90^\circ : a : 135^\circ,$$

$$360 = 45^\circ + 90^\circ + a + 135^\circ,$$

(%i1) solve([360=45+90+a+135], [a]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([360=45+90+a+135], [a]) → ctrl+enter。

(%o1) [a=90]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4. 求正 18 邊形的任一外角的度數。

★正 n 邊形的每個外角為 $\frac{360^\circ}{n}$ 。

$$\frac{360^\circ}{18} = 20^\circ.$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5. 若正多邊的一內角為 135°，求此多邊形的邊數。

★正 n 邊形的每個內角為 $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ 。

$$180^\circ - \frac{360^\circ}{n} = 135^\circ,$$

(%i1) solve([180-360/n=135], [n]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示



求解，輸入 solve([180-360/n=135], [n]) → ctrl+enter。

(%o1) [n=8]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

6. 已知六邊形的 6 個內角度數成等差級數，若最小的角為 70°，求其餘的 5 個角。

★內角和為 180°×(n-2)。

6 個內角和為 180°×(6-2)=180°×4=720°，

70°+(70°+d)+(70°+2d)+(70°+3d)+(70°+4d)+(70°+5d)=720°，

(%i1) solve([70+(70+d)+(70+2*d)+(70+3*d)+(70+4*d)+(70+5*d)=720], [d]);

※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([70+(70+d)+(70+2*d)+(70+3*d)+(70+4*d)+(70+5*d)=720], [d]) → ctrl+enter。

(%o1) [d=20]

因此，其餘的 5 個角分別為 90°、110°、130°、150°、170°。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

7. 若一正多邊形其一內角與一外角的差為 132°，求此多邊形的邊數。

★正 n 邊形的每個外角為 $\frac{360^\circ}{n}$ 。

★正 n 邊形的每個內角為 $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ 。

$(180^\circ - \frac{360^\circ}{n}) - \frac{360^\circ}{n} = 132^\circ$ ，

(%i1) solve([(180-(360/n)-(360/n)=132)], [n]); ※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([(180-(360/n)-(360/n)=132)], [n]) → ctrl+enter。

(%o1) [n=15]

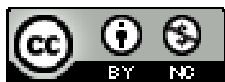
此題無法直接使用 Maxima 軟體

8. 若某一多邊形有一角的度數為 140°，其它的角均為 160°，求此多邊形的邊數。

三邊形=180°；四邊形=360°；五邊形=540°；六邊形=720°

180°×(n-2)=140°+160°×(n-2)

(%i1) solve([180*(n-2)=140+160*(n-2)], [n]); ※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([180*(n-2)=140+160*(n-2)],

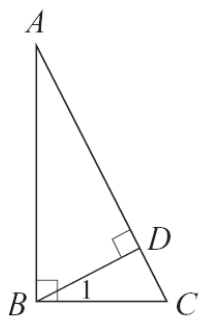


[n]) → ctrl+enter。

(%o1) [n=9]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

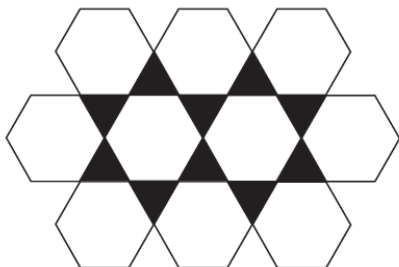
9.如下圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， \overline{BD} 為 \overline{AC} 上的高，說明 $\angle 1 = \angle A$ 。



由於 $\angle B = \angle CDB$ ，而 $\angle C = \angle C$ ，因此， $\angle A = \angle 1$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

10.右圖的磁磚可以舖滿平面，說明其間用到哪幾種正多邊形。



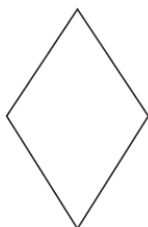
用了 10 個正六邊形及 12 個正三邊形。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

11.

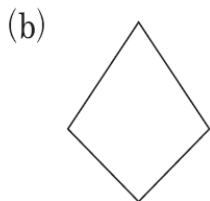
(1)找出用(a)圖（四邊相等）舖滿平面的方法。

(a)



邊對邊的方式連接。

(2)找出用(b)的圖形（上面兩邊相等，下面兩邊相等）舖滿平面的方法。
（提示：利用四邊形內角和為 360° ）



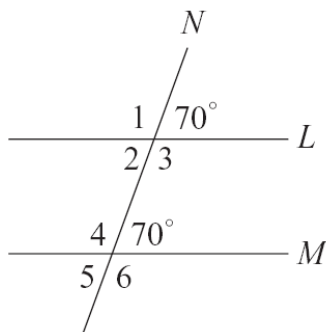
上面邊連接上面邊，下面邊連接下面邊。

第 2 章 幾何圖形的角 2-3 平行與垂直

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.回答下列問題：

(1)直線 N 截 L、M 兩線（如下圖），則



$$\begin{aligned} \angle 1 &= \underline{110(180-70)}, & \angle 2 &= \underline{70(180-110)}, \\ \angle 3 &= \underline{110(180-70)}, & \angle 4 &= \underline{110(180-70)}, \\ \angle 5 &= \underline{70(180-110)}, & \angle 6 &= \underline{110(180-70)}. \end{aligned}$$

(2)利用(1)，討論當有一組同位角相等時，其他同位角是否相等？所有同側內角是否互補？所有內錯角是否相等？

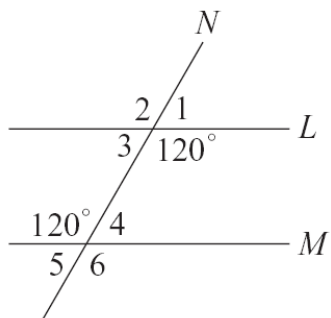
當有一組同位角相等時，其他同位角都相等；所有同側內角都互補；所有內錯角都相等。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.回答下列問題：

(1)直線 N 截 L、M 兩線（如下圖），則





$$\begin{aligned} \angle 1 &= \frac{60(180-120)}{180}, \quad \angle 2 = \frac{120(180-60)}{180}, \\ \angle 3 &= \frac{60(180-120)}{180}, \quad \angle 4 = \frac{60(180-120)}{180}, \\ \angle 5 &= \frac{60(180-120)}{180}, \quad \angle 6 = \frac{120(180-60)}{180}. \end{aligned}$$

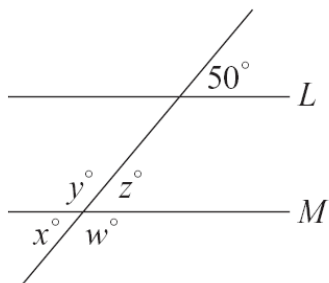
(2)利用(1)，討論當有一組內錯角相等時，另一組內錯角是否相等？所有同側內角是否互補？所有同位角是否相等？

當有一組同位角相等時，其他同位角都相等；所有同側內角都互補；所有內錯角都相等。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

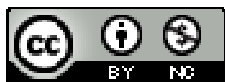
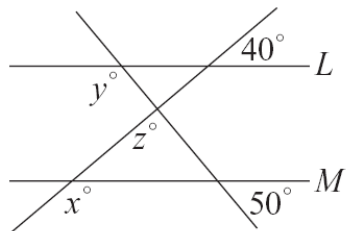
3.請依題目之敘述與圖形中的數據，求未知數 x 、 y 、 z 、 w 。

(1) L/M ，求 x 、 y 、 z 、 w 。

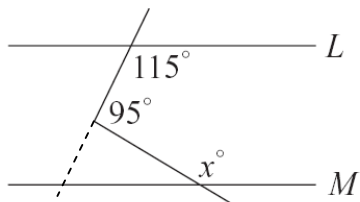


$$\begin{aligned} z &= 50^\circ (\text{同位角}), \\ y &= 130^\circ (180^\circ - 50^\circ), \\ x &= 50^\circ (180^\circ - 130^\circ), \\ w &= 130^\circ (180^\circ - 50^\circ). \end{aligned}$$

(2) L/M ，求 x 、 y 、 z 。

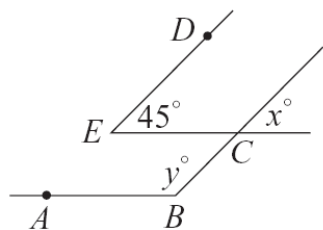


$x=140^\circ(180^\circ-40^\circ)$,
 $y=50^\circ$,
 $z=180-(180-140)-50=90^\circ$ 。
 (3) $L//M$, 求 x 。



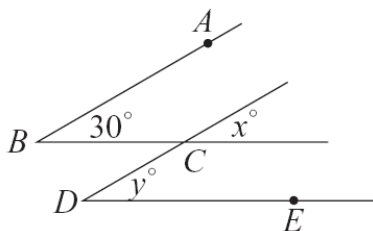
$180^\circ-115^\circ=65^\circ$, $180^\circ-95^\circ=85^\circ$,
 $180-65^\circ-85^\circ=30^\circ$,
 因此 , $x=180^\circ-30^\circ=150^\circ$ 。

(4) $\overline{DE} // \overline{BC}$, 求 $\overline{AB} // \overline{EC}$, 求 x 、 y 。



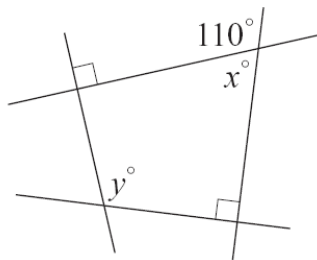
$x=45^\circ$,
 $y=180^\circ-45^\circ=135^\circ$ 。

(5) $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{BC} // \overline{DE}$, 求 x 、 y 。



$x=30^\circ$,
 $y=30^\circ$ (同位角) 。
 (6)求 x 、 y 。



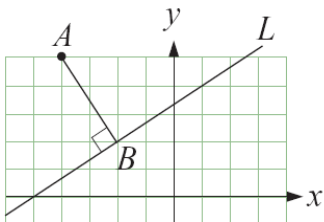


$$x = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ,$$

$$y = 360^\circ - 90^\circ - 70^\circ - 90^\circ = 110^\circ.$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4. 如下圖， $\overline{AB} \perp L$ ，且 A 的坐標為(-4,5)，B 的坐標為(-2,2)，求 A 到 x 軸、y 軸、直線 L 的距離。



A 到 x 軸=5，

A 到 y 軸=4，

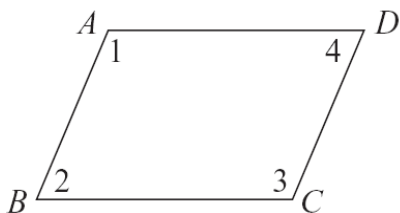
$$\sqrt{(-4 - (-2))^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{13},$$

(%i1) sqrt((-4-(-2))^2+(5-2)^2); ※ 「sqrt(算式)」指令表示求開根號，輸入
sqrt((-4-(-2))^2+(5-2)^2) → ctrl+enter。

(%o1) $\sqrt{13}$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5. 如下圖，四邊形 ABCD 為一平行四邊形，若 $\angle 1 : \angle 2 = 3 : 2$ ，求 $\angle 3 : \angle 4$ 。



由於四邊形 ABCD 為一平行四邊形，因此， $\angle 3 : \angle 4 = \angle 1 : \angle 2 = 3 : 2$ 。



此題無法直接使用 Maxima 軟體

6.下列敘述，正確的打「○」，錯誤的打「X」：

(○)(1)過線外一點，只有一直線與該線平行。

(X)(2)若 $L_1 \perp L_2$ ， $L_2 \perp L_3$ ，則 $L_1 \perp L_3$ 。

(○)(3)若 $L_1 // L_2$ ， $L_2 // L_3$ ，則 $L_1 // L_3$ 。

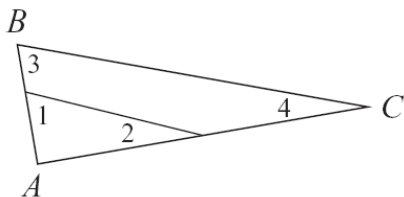
(○)(4)若 L 、 M 被一直線所截，且有一組內錯角相等，則其同側內角皆互補。

第 2 章 幾何圖形的角 第 2 章綜合習題

此題無法直接使用 Maxima 軟體

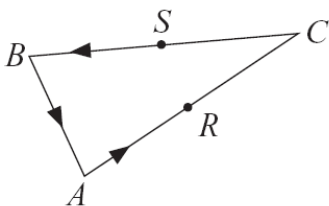
1.選擇題：

(B)(1)如下圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\angle 1 + \angle 2 = 86^\circ$ ，則 $\angle 3 + \angle 4$ 是幾度？



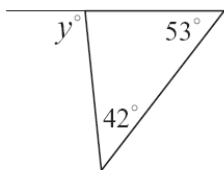
(A)96° (B)86° (C)76° (D)66°。

(A)(2)如下圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 70^\circ$ ， $\angle A = 80^\circ$ ，某人由 S 點出發，以逆時針方向沿著 $\triangle ABC$ 的周圍移動到 R 點，問他一共轉了幾度？ $(180^\circ - 70^\circ + 180^\circ - 80^\circ)$



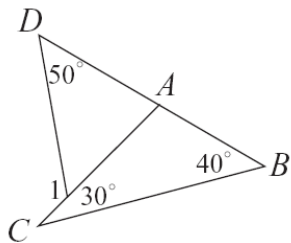
(A)210° (B)200° (C)180° (D)360°。

(B)(3)根據右圖的條件，y 的值是多少？ $(53^\circ + 42^\circ)$



(A)98 (B)95 (C)99 (D)96。

(D)(4)如下圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B=40^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ， $\angle D=50^\circ$ ，則 $\angle 1$ 是幾度？

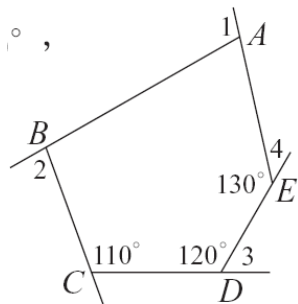


(A)107° (B)102° (C)74° (D)120°。

(B)(5)四邊形的四內角中，最多可有幾個鈍角？

(A)1 個 (B)2 個 (C)3 個 (D)4 個。

(B)(6)如下圖，五邊形 ABCDE 中， $\angle E=130^\circ$ ， $\angle D=120^\circ$ ， $\angle C=110^\circ$ ，則 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$ 是幾度？ $(360^\circ - 70^\circ)$

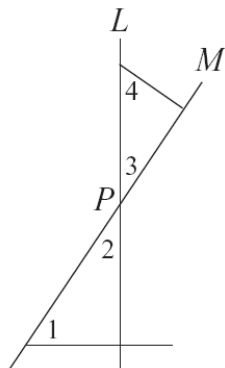


(A)360° (B)290° (C)240° (D)300°。

(A)(7)若從多邊形一個頂點畫對角線，可將多邊形分成 8 個三角形，則此多邊形的邊數為多少？ $(8+2)$

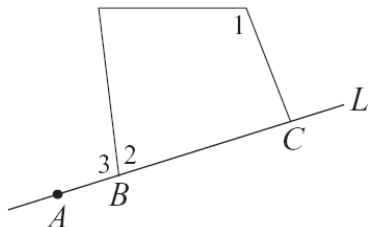
(A)10 (B)8 (C)9 (D)7。

(B)(8)如下圖，已知直線 L 與 M 相交於點 P， $\angle 4=50^\circ$ ， $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 互餘， $\angle 3$ 與 $\angle 4$ 互餘，則 $\angle 1$ 為多少度？



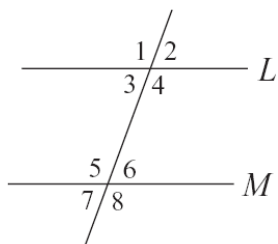
(A)40° (B)50° (C)60° (D)70°。

(B)(9)如下圖，A、B、C三點在直線L上， $\angle 1=100^\circ$ ， $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 互補， $\angle 3$ 為多少度？($180^\circ-80^\circ$)



(A)110° (B)100° (C)90° (D)80°。

(A)(10)如下圖，L、M被一直線所截，則下列敘述何者錯誤？



- (A) $\angle 2$ 與 $\angle 8$ 為同位角
- (B) $\angle 4$ 與 $\angle 5$ 為內錯角
- (C) $\angle 4$ 與 $\angle 6$ 為同側內角
- (D) $\angle 3$ 與 $\angle 7$ 為同位角。

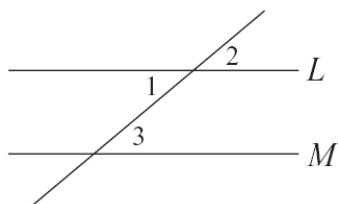
(B)(11)如下圖， $L \parallel M$ ， $\angle 1=(4x+14)^\circ$ ， $\angle 2=(2x+28)^\circ$ ，則 $\angle 3$ 是幾度？

$\angle 1 = \angle 2 \rightarrow (4x+14)^\circ = (2x+28)^\circ$ ，

(%i1) solve([4*x+14=2*x+28], [x]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([4*x+14=2*x+28], [x])
→ ctrl+enter。

(%o1) [x=7]

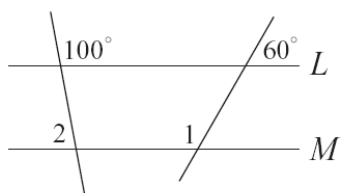
$\angle 2 = \angle 3 = 2 \times 7 + 28 = 42$ 。



(A)40° (B)42° (C)44° (D)46°。

(C)(12)如下圖， $L \parallel M$ ，則 $\angle 1 + \angle 2$ 是幾度？($180-60+180-100$)



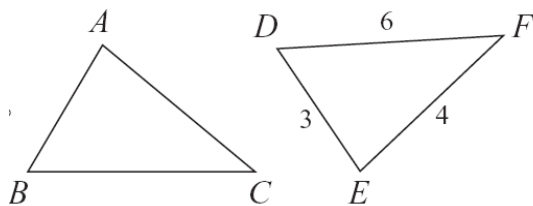


- (A) 100° (B) 160° (C) 200° (D) 250° 。

第 3 章 三角形的基本性質 3-1 全等的概念

此題無法直接使用 Maxima 軟體

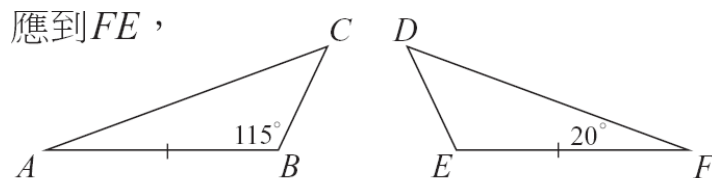
1. 如下圖， $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ ，且 A 對應到 E，B 對應到 D，C 對應到 F，求 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 。



$\overline{ED} = \overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = \overline{DF} = 6$ ， $\overline{EF} = \overline{AC} = 4$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 如下圖， $\triangle ABC \cong \triangle FED$ ， \overline{AB} 對應到 \overline{FE} ，求 $\angle A$ 與 $\angle C$ 。

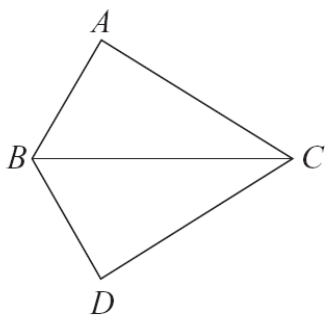


$\angle F = \angle A = 20^\circ$ ， $\angle C = 180^\circ - 115^\circ - 20^\circ = 45^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 如下圖， $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ ，且 A 對應到 D，B 對應到 B，C 對應到 C，

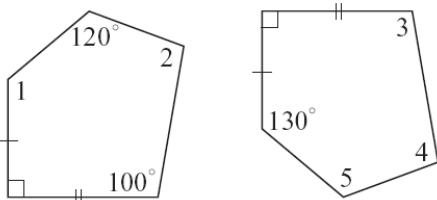




- (1)若 $\angle ABD=120^\circ$ ，求 $\angle ABC$ 。
 $\angle ABC=120^\circ \div 2=60^\circ$ 。
- (2)若 $\angle ABD=120^\circ$ ， $\angle ACD=64^\circ$ ，求 $\angle A$ 。
 $\angle ABC=120^\circ \div 2=60^\circ$ ， $\angle ACB=64^\circ \div 2=32^\circ$ ，
 因此， $\angle A=180^\circ-60^\circ-32^\circ=88^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.如下圖，兩個五邊形全等，試根據圖中的條件，求 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 。

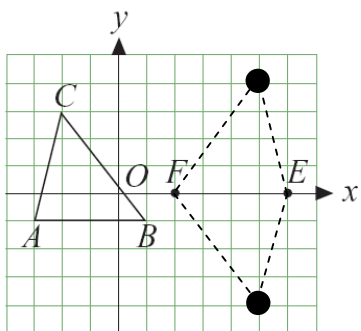


- $\angle 1=130^\circ$ ，
 $\angle 3=100^\circ$ ，
 $\angle 5=120^\circ$ ，
 $\angle 2=\angle 4=540^\circ-120^\circ-100^\circ-90^\circ-130^\circ=100^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5.如下圖，平面坐標上有 A、B、C、E、F 五點。假設 D 點為平面上一點，使得 $\triangle CAB \cong \triangle DEF$ ，並且 A 點對應到 E 點。





(1)說明 B 點對應到 F 點，C 點對應到 D 點。

由於 $\triangle CAB \cong \triangle DEF$ ，

而 $\angle A = \angle E$ ，因此， $\angle B = \angle F$ ； $\angle C = \angle D$ 。

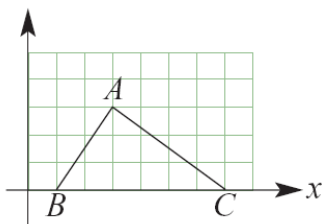
(2)求 D 的坐標。(答案不只一種)

D(6,4)、D(6,-4)。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

6.如下圖，A、B、C 三點的坐標分別為(3,3)、(1,0)、(7,0)。現有 $\triangle EFG$ ，其中 $\angle F =$

$\angle A$ ， $\angle E = \angle B$ ， $\overline{FE} = \overline{AB}$ 。



(1)求 \overline{EG} 與 \overline{FG} 。

$$\overline{EG} = 7 - 1 = 6,$$

$$\overline{FG} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

(%i1) sqrt(3^2+4^2); ※「sqrt(算式)」指令表示求開根號，輸入 sqrt(3^2+4^2) → ctrl+enter。

(%o1) 5

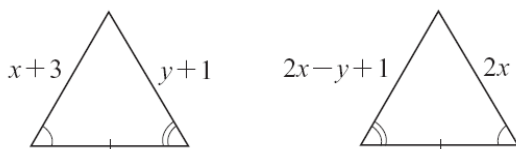
(2)求 $\triangle EFG$ 的面積。

$$6 \times 3 \div 2 = 9。$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體



7.有兩個三角形，其邊角對應關係標示如下圖，求 x 、 y 。



$$\begin{cases} 2x - y + 1 = y + 1 \\ x + 3 = 2x \end{cases}$$

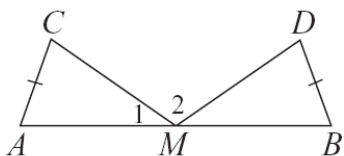
(%i1) solve([2*x-y+1=y+1,x+3=2*x], [x,y]);

※ 「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解，輸入
 solve([2*x-y+1=y+1,x+3=2*x], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=3,y=3]]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

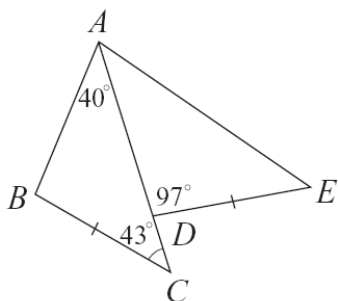
8.如下圖， M 為 \overline{AB} 的中點， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ，已知 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle 1 = 35^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$ ，求 $\angle 2$ 。



$$\angle 2 = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

9.如下圖， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{DE}$ 。



(1) $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 是否會全等？為什麼？

$\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 是全等，根據 SAS 全等性質， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{DE}$ 。

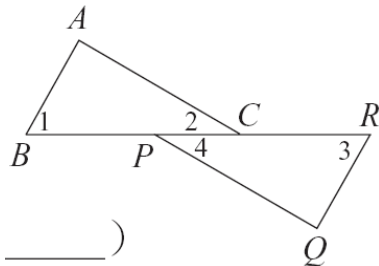


(2)求 $\angle DAE$ 。

$\angle DAE = \angle BAC = 40^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

10.如下圖，已知 $\overline{AB} \parallel \overline{RQ}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{PQ}$ ，且 $\overline{BP} = \overline{CR}$ ，請在底下空格中填入適當的理由，說明 $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ 。



_____)

因為 $\angle 1 = \angle 3$ (內錯角)

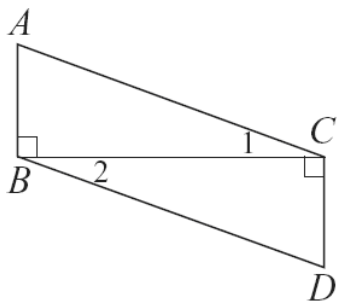
$\angle 2 = \angle 4$ (內錯角)

$\overline{BC} = \overline{PR}$ (對應邊相等)

所以 $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ (ASA 全等性質)

此題無法直接使用 Maxima 軟體

11.如下圖，已知 $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ， $\angle ABC$ 與 $\angle DCB$ 均為直角，請在底下空格中填入適當的理由，說明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 。



因為 $\angle ABC = \angle DCB$ (直角相等)

$\overline{BC} = \overline{BC}$ (共邊)

$\angle 1 = \angle 2$ (內錯角)

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (ASA 全等性質)

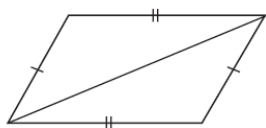


第 3 章 三角形的基本性質 3-2 SSS 全等與尺規作圖

此題無法直接使用 Maxima 軟體

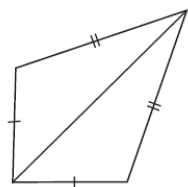
1. 下列小題中都有兩個三角形，試判斷哪些小題中的三角形一定全等。若全等時，試填入所根據的全等性質。

(1)



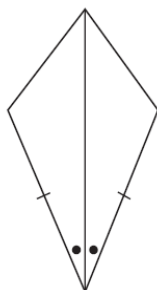
(全等，不一定全等)
全等； SSS 全等性質

(2)



(全等，不一定全等)
全等； SSS 全等性質

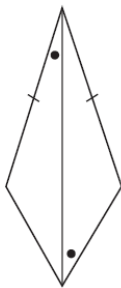
(3)



(全等，不一定全等)
全等； SAS 全等性質

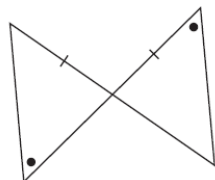


(4)



(全等，不一定全等)
不一定全等；無全等性質

(5)



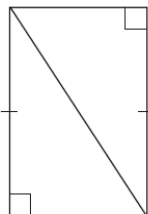
(全等，不一定全等)
不一定全等；無全等性質

(6)



(全等，不一定全等)
全等；AAS全等性質

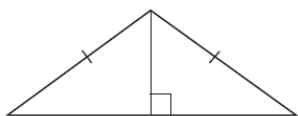
(7)



(全等，不一定全等)
全等；RHS全等性質

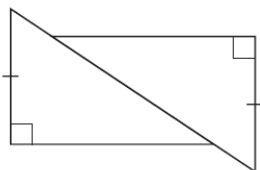


(8)



(全等，不一定全等)
全等； RHS 全等性質

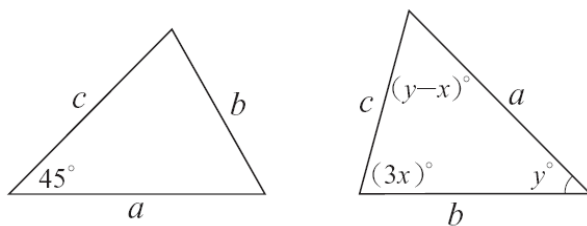
(9)



(全等，不一定全等)
不一定全等； 無 全等性質

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.如下圖，兩三角形的三邊長均為 a、b、c，求 x、y。



$$\begin{cases} (y-x) = 45 \\ (y-x) + 3x + y = 180 \end{cases}$$

(%i1) solve([(y-x)=45,(y-x)+3*x+y=180], [x,y]);

※「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解，輸入

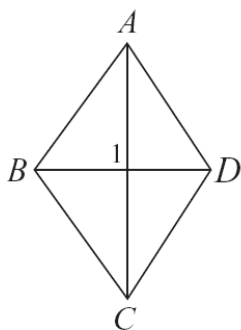
solve([(y-x)=45,(y-x)+3*x+y=180], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x= $\frac{45}{2}$,y= $\frac{135}{2}$]]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3.如下圖，有一菱形 ABCD。回答下列問題：





(1) $\angle 1$ 是多少度？

$$\angle 1 = 90^\circ$$

(2) 若 $\overline{AC} = 48$ ， $\overline{BD} = 14$ ，求菱形的邊長。

$$\text{斜邊} = \sqrt{(48 \div 2)^2 + (14 \div 2)^2} = 25$$

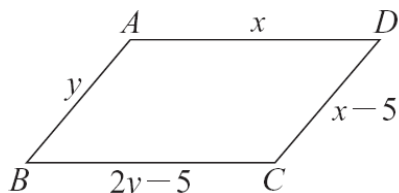
(%i1) `sqrt((48/2)^2+(14/2)^2);` ※ 「`sqrt(數值)`」指令表示求開根號，輸入
`sqrt((48/2)^2+(14/2)^2) → ctrl+enter。`

(%o1) 25

因此，菱形的邊長 = $25 \times 4 = 100$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4. 如下圖，有一平行四邊形 ABCD，求 x 、 y 。



$$\begin{cases} x = 2y - 5 \\ y = x - 5 \end{cases}$$

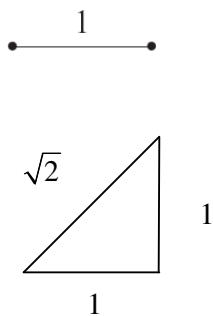
(%i1) `solve([x=2*y-5,y=x-5],[x,y]);` ※ 「`solve([變數算式, 變數算式], [變數, 變數])`」指令表示求解，輸入
`solve([x=2*y-5,y=x-5],[x,y]) → ctrl+enter。`

(%o1) `[[x=15,y=10]]`

此題無法直接使用 Maxima 軟體

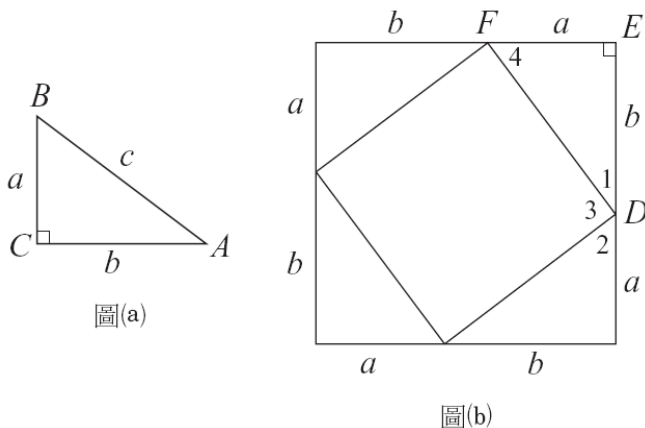
5. 如下圖，用尺規作圖，以 1 單位長作出邊長為 1、1、 $\sqrt{2}$ 的直角三角形。





此題無法直接使用 Maxima 軟體

6.如下圖，圖(a)是一直角三角形，圖(b)是將一邊長為 $a+b$ 的正方形切割成四個直角三角形及一個小四邊形，請於空格中填入適當的理由，說明此小四邊形是一邊長為 c 的正方形。



由於 $\overline{EF} = \overline{BC}$, $\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle C = \angle E = 90^\circ$,

得 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (SAS 全等性質)

$\angle 1 = \angle A$ (對應角)

$\angle 4 = \angle B$ (對應角)

$\overline{FD} = c$ (對應邊)

同理，圖(b)的其它三個三角形都全等於 $\triangle ABC$ ，因此，小四邊形的四邊均等於 c ，而且 $\angle 2 = \angle 4$ 。

由於 $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$ (互為餘角)

得 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

由於 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

所以 $\angle 3 = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$



因爲小四邊形邊長都爲 c ，四個角都爲 90° ，所以它是正方形。

第 3 章 三角形的基本性質 3-3 三角形的邊角關係

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長爲 5 、 7 、 x ，求 x 的範圍。

★兩邊之和大於第三邊。

$5+7>x$ ； $7+x>5$ (7 本身就 >5)； $x+5>7$ 。

$$\begin{cases} 5+7>x \\ 7+x>5 \end{cases}$$

(%i1) load (fourier_elim); ※ 「load (fourier_elim)」指令表示先讀取此
fourier_elim(模組)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/contrib/fourier_elim/fourier
_elim.lisp

(%i2) fourier_elim([5+7>x,7+x>5],[x]); ※ 「fourier_elim([變數算式],[變數])」
指令表示求不等式之解，輸入
fourier_elim([5+7>x,7+x>5],[x]) →
ctrl+enter。

(%o2) [-2<x,x<12]

因此， $-2<x<12$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長爲 2 、 8 、 x ，且 x 爲自然數，求 x 可能的值。

★兩邊之和大於第三邊。

$2+8>x$ ； $8+x>2$ (8 本身就 >2)； $2+x>8$ 。

$$\begin{cases} 2+8 > x \\ 2+x > 8 \end{cases}$$

(%i1) load(fourier_elim); ※ 「load (fourier_elim)」指令表示先讀取此
fourier_elim(模組)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/contrib/fourier_elim/fourier
_elim.lisp

(%i2) fourier_elim([2+8>x,2+x>8],[x]); ※ 「fourier_elim([變數算式],[變數])」
指令表示求不等式之解，輸入



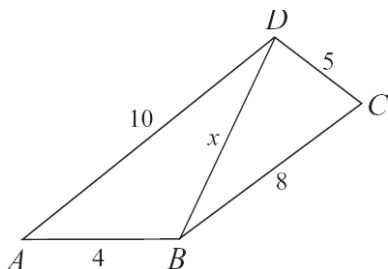
fourier_elim([2+8>x,2+x>8],[x]) →
ctrl+enter。

(%o2) [6<x,x<10]

因此， $6 < x < 10$ ，所以， x 可能的值為 7、8、9 三數。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3.如下圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle BCD$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AD}=10$ ， $\overline{BC}=8$ ， $\overline{DC}=5$ ， $\overline{BD}=x$ ，求 x 的範圍。



★兩邊之和大於第三邊；兩邊之差小於第三邊。

$$\begin{cases} 10+4 > x \\ 5+8 > x \\ 10-4 < x \\ 8-5 < x \end{cases}$$

(%i1) load(fourier_elim); ※ 「load (fourier_elim)」指令表示先讀取此 fourier_elim(模組)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/contrib/fourier_elim/fourier_elim.lisp

(%i2) fourier_elim([10+4>x,5+8>x,10-4<x,8-5<x],[x]); ※ 「fourier_elim([變數算式],[變數])」指令表示求不等式之解，輸入 fourier_elim([10+4>x,5+8>x,10-4<x,8-5<x],[x]) → ctrl+enter。

(%o2) [6<x,x<13]

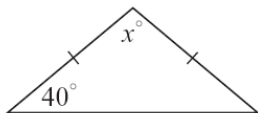
因此， $6 < x < 13$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.求下列各小題的 x ：



(1)

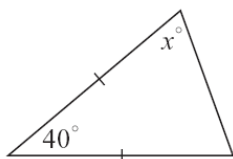


$$x = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

(%i1) 180-40-40; ※直接輸入 180-40-40 → ctrl+enter。

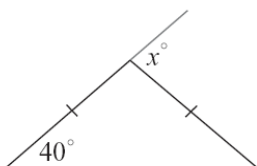
(%o1) 100

(2)



$$180^\circ - 40^\circ = 140^\circ, x = 140^\circ \div 2 = 70^\circ$$

(3)

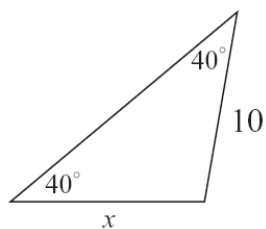


$$180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ, x = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

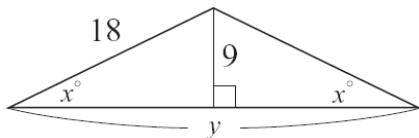
5. 求下列各小題的 x 、 y ：

(1)

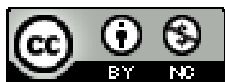


$x = 10$ 。(等腰三角形，因此，兩邊等長)

(2)



$$c = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} = 9\sqrt{3}, \text{ 因此, } y = 9\sqrt{3} \times 2 = 18\sqrt{3}.$$

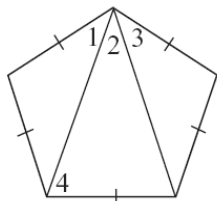


★ $1 : \sqrt{3} : 2 = 9 : 9\sqrt{3} : 18$

因此，大角對大邊， $1 : \sqrt{3} : 2 = 9 : 9\sqrt{3} : 18 \rightarrow 30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ，因此， $x = 30^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

6.右圖是正五邊形，求 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。



正三邊形的每一個角 $= 540^\circ \div 5 = 108^\circ$ ，

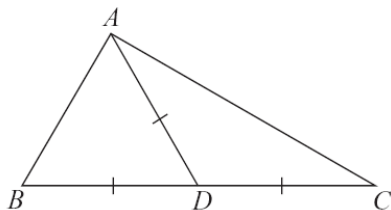
$\angle 1 = \angle 3 = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ$ ，

$\angle 2 = 108^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 36^\circ$ ，

$\angle 4 = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

7.如下圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 。



(1)試說明 $\angle BAC = \angle B + \angle C$ 。

$\angle BAD = \angle B$ ， $\angle CAD = \angle C$ ，

因此， $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = \angle B + \angle C$ 。

(2)求 $\angle BAC$ 。

令 $\angle DBA = \angle BAD$ 為 x ，由於外角等於其兩內對角之和，因此， $\angle ADC = 2x$

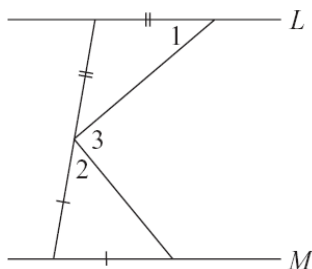
$\angle CAD = (180^\circ - 2x) \div 2 = 90^\circ - x$ ，

因此， $\angle BAC = x + 90^\circ - x = 90^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

8.如下圖，已知 $L \parallel M$ ，且 $\angle 1 = 40^\circ$ ，求 $\angle 2$ 與 $\angle 3$ 。

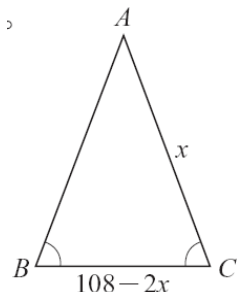




由於是等腰三角形，另一角也等於 40° ，
 頂角 = $180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$ ，
 由於 $L \parallel M$ ，因此，下三角形頂角 = $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ ，
 因此， $\angle 2 = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$ ，
 $\angle 3 = 180^\circ - 40^\circ - 50^\circ = 90^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

9. 如下圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \angle C$ ， $\angle A < 60^\circ$ ，求 x 的範圍。(提示：大角對大邊。)



由於， $\angle A < 60^\circ$ ，因此， $\angle B = \angle C > 60^\circ$ ，

$$\begin{cases} x > 108 - 2x \\ 108 - 2x > 0 \end{cases}$$

(%i1) load(fourier_elim); ※ 「load (fourier_elim)」指令表示先讀取此
 fourier_elim(模組)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/contrib/fourier_elim/fourier_elim.lisp

(%i2) fourier_elim([x > 108 - 2*x, 108 - 2*x > 0], [x]); ※ 「fourier_elim([變數算
 式], [變數])」指令表示求不
 等式之解，輸入
 fourier_elim([x > 108 - 2*x, 108 - 2
 *x > 0], [x]) → ctrl+enter。

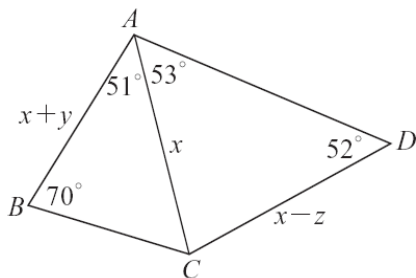
(%o2) [36 < x, x < 54]



因此， $36 < x < 54$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

10. 如下圖，已知 $\overline{AC} = x$ ， $\overline{AB} = x + y$ ， $\overline{CD} = x - z$ ，試判斷 y 、 z 的正負。



$$\angle ACB = 180^\circ - 51^\circ - 70^\circ = 59^\circ,$$

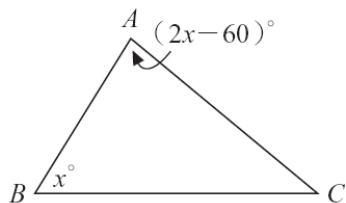
★大邊對大角。

$$x > x + y \rightarrow x - x > y \rightarrow 0 > y(\text{負}),$$

$$x - z > x \rightarrow x - x > z \rightarrow 0 > z(\text{負}).$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

11. 如下圖，已知 $\overline{AC} < \overline{BC}$ ，求 x 的範圍。(提示：不要忘了 x 的範圍與 $\angle C$ 也有關。)



★大邊對大角。

$$x < 2x - 60,$$

$$\angle C = 180^\circ - x^\circ - (2x - 60)^\circ = 240^\circ - 3x,$$

由於 $\angle C$ 不能等於 0，因此， $240^\circ - 3x > 0$ ，

$$\begin{cases} x < 2x - 60 \\ 240 - 3x > 0 \end{cases}$$

(%i1) load(fourier_elim); ※ 「load (fourier_elim)」指令表示先讀取此
fourier_elim(模組)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/contrib/fourier_elim/fourier_elim.lisp

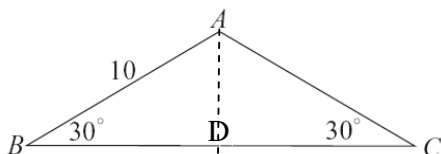


(%i2) `fourier_elim([x<2*x-60,240-3*x>0],[x]);` ※「`fourier_elim([變數算式],[變數])`」指令表示求不等式之解，輸入
`fourier_elim([x<2*x-60,240-3*x>0],[x])` → `ctrl+enter`。

(%o2) `[60<x,x<80]`
 因此， $60 < x < 80$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

12. 如下圖，求 \overline{BC} 。(提示：利用 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 直角三角形。)



★ $30^\circ-60^\circ-90^\circ \rightarrow 1 : \sqrt{3} : 2$ 。

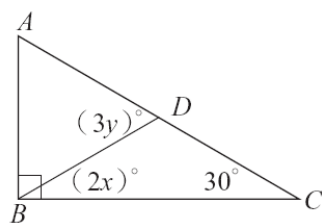
作 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，

所以， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BD} = 5\sqrt{3}$ ，

$\overline{BC} = 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

13. 如下圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，D 為 \overline{AC} 的中點，求 x 、 y 。



因為，直角三角形的外心會在斜邊的中點， $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{BD}$ ，

因此， $2x = 30$ (等腰關係)， $x = 15$ ，



(%i1) solve([2*x=30], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([2*x=30], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=15]

而 $3y=30+30$ ， $y=20$ ，

(%i1) solve([3*y=30+30], [y]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([3*y=30+30], [y]) → ctrl+enter。

(%o1) [y=20]

第 3 章 三角形的基本性質 第 3 章綜合習題

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.選擇題：

(B)(1)若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，A、B、C的對應點依次為D、E、F，若 $\angle B=(4x+5)^\circ$ ， $\angle F=(7x-13)^\circ$ ， $\angle D=(2x+19)^\circ$ ，則 $\angle A$ 是幾度？

$$(4x+5)^\circ + (7x-13)^\circ + (2x+19)^\circ = 180^\circ$$

(%i1) solve([(4*x+5)+(7*x-13)+(2*x+19)=180], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([(4*x+5)+(7*x-13)+(2*x+19)=180], [x]) → ctrl+enter。

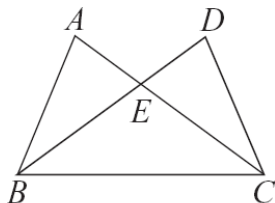
(%o1) [x=13]

因此， $\angle A = \angle D = (2x+19)^\circ = (2 \times 13 + 19)^\circ = 45^\circ$ 。

(A)44° (B)45° (C)46° (D)47°。

(B)(2)如下圖， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AC} = \overline{DB}$ ，根據下列哪一個三角形全等性質，可以知道 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ？

★兩邊及其夾角對應相等。



(A)SSS (B)SAS (C)AAS (D)ASA。

(B)(3)在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{PQ}$ ， $\angle A = \angle P$ ， $\overline{AC} = \overline{PR}$ ，根據下列哪一



個三角形全等性質，可以知道 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ？

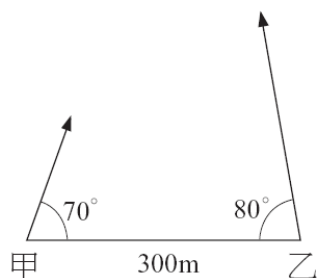
★兩邊及其夾角對應相等。

(A)ASA (B)SAS (C)SSS (D)AAS。

(B)(4)如下圖，甲、乙兩人在同一水平面上溜冰，且乙在甲的正東方 300 公尺處。已知甲、乙分別以東偏北 70° 、西偏北 80° 的方向直線滑行，兩人相遇時就停止滑行。對於兩人滑行的距離，下列敘述何者正確？

另一角為 30° 。

★大角對大邊。



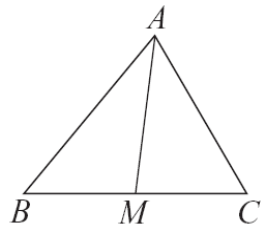
(A)兩人滑行的距離一樣長 (B)甲滑行的距離較長
(C)甲滑行的距離小於 300 公尺 (D)乙滑行的距離小於 300 公尺。
(D)(5)下列各選項中的三線段長，哪一個可以構成三角形？

(A)7cm、3cm、3cm (B)9cm、6cm、15cm
(C)5cm、10cm、5cm (D)8cm、7cm、13cm。

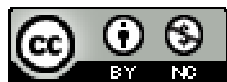
★三角形的兩邊和大於第三邊。

(A)(6)如下圖，M 為 \overline{BC} 中點，如果玉玲從 C 點走 \overline{CM} 、 \overline{MA} 到達 A 點，美華從 B 點走 \overline{BA} 到達 A 點，誰所走的距離較長？

因為， $\overline{CM} = \overline{BM}$ ， $\overline{BM} + \overline{AM} > \overline{BA}$ (兩邊相加大於第三邊)。



(A)玉玲 (B)美華 (C)一樣長 (D)無法判斷。
(D)(7)下列哪一組度數，可做為等腰三角形的一組內角？
(A) 30° 、 60° 、 90° (B) 80° 、 80° 、 40° (C) 55° 、 55° 、 55° (D) 30° 、 75° 、 75° 。



(A)直角三角形 (B)度數和超過 180° (C)正三角形 (D)等腰三等形。

(D)(8)在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\frac{AB}{3} = \frac{BC}{4} = \frac{AC}{5}$ ，那麼下列選項中的角度哪一個最大？

$$\frac{AB}{3} = \frac{BC}{4} = \frac{AC}{5} \rightarrow \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 3 : 4 : 5,$$

因此， $\angle C < \angle A < \angle B$ ，而 $\angle C$ 的外角 $= \angle A + \angle B$ 。

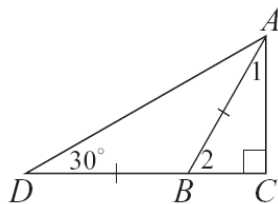
(A) $\angle A$ (B) $\angle B$ (C) $\angle C$ (D) $\angle C$ 的外角。

(A)(9)在 $\triangle ABC$ 中，設三邊 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 上的高分別為 \overline{CF} 、 \overline{AD} 、 \overline{BE} ，若 $\angle A > \angle B > \angle C$ ，那麼下列何者正確？

$$\angle A > \angle B > \angle C \rightarrow \overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB} \rightarrow \overline{AD} < \overline{BE} < \overline{CF}。$$

(A) \overline{CF} 最長 (B) \overline{AD} 最長 (C) \overline{BE} 最長 (D)無法決定。

(D)(10)如下圖， $\angle D = 30^\circ$ ， $\overline{BD} = \overline{AB} = x$ ，則下列何者不正確：



$$\angle 1 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ; \angle 2 = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ。$$

$$\text{令 } \overline{BD} = \overline{AB} = x, \overline{BC} = \frac{1}{2}x, \overline{CD} = \frac{3}{2}x。$$

(A) $\angle 2 = 60^\circ$ (B) $\angle 1 = 30^\circ$ (C) $\overline{CD} = \frac{3}{2}x$ (D) $\overline{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ 。

(C)(11)下列敘述何者不正確：

(A)正三角形的面積 $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ (邊長) 2

(B)正四邊形的面積 $=$ (邊長) 2

(C)正五邊形的面積 $= \frac{\sqrt{2}}{3}$ (邊長) 2

(D)(A)、(B)都是正確的。

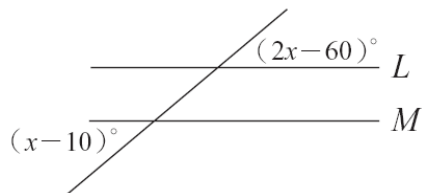
第4章 幾何圖形 4-1 平行四邊形



此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 求出 x、y 的值，使得 L//M。

(1) 求 x。



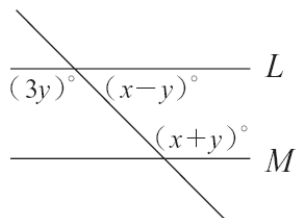
$(x-10)^\circ = (2x-60)^\circ$

(%i1) solve([(x-10)=(2*x-60)], [x]);

※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([(x-10)=(2*x-60)], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=50]

(2) 求 x、y。



$$\begin{cases} 3y + (x - y) = 180 \\ (x - y) + (x + y) = 180 \end{cases}$$

(%i1) solve([3*y+(x-y)=180,(x-y)+(x+y)=180], [x,y]);

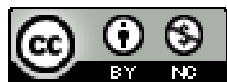
※ 「solve([變數算式, 變數算式], [變數, 變數])」指令表示求解，輸入 solve([3*y+(x-y)=180,(x-y)+(x+y)=180], [x,y]) → ctrl+enter。

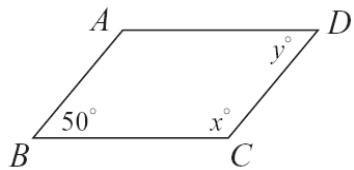
(%o1) [[x=90,y=45]]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 利用下列各平行四邊形 ABCD 中所提示的角度和邊長，求出圖中未知數的值。

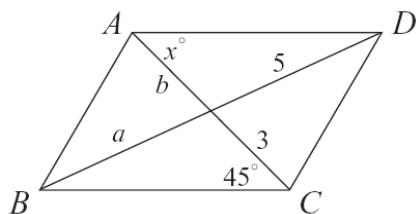
(1) 求 x、y。





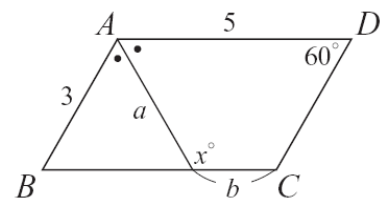
$y=50^\circ ; x=(360^\circ-50^\circ-50^\circ)\div 2=130^\circ$ 。

(2)求 a、b、x。



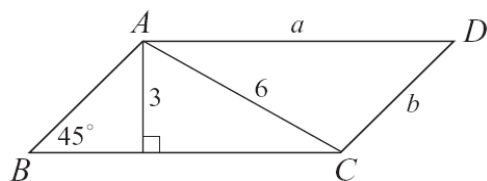
$x=45^\circ ; a=5 ; b=3$ 。

(3)求 a、b、x。



$a=3 ; b=5-3=2 ; x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 。

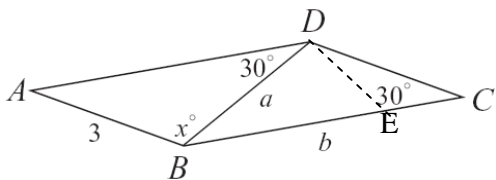
(4)求 a、b。



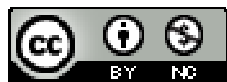
$\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}$ ，

$a=3+\sqrt{27}$ ；由等腰三角形邊長=1:1: $\sqrt{2}$ 可知， $b=3\times\sqrt{2}$ 。

(5)求 a、b、x



$\angle DBC=30^\circ , \angle CDB=180^\circ-30^\circ-30^\circ=120^\circ$ ，



$x = \angle CDB = 120^\circ$ (內錯角相等) ,
 $\angle DAB = 30^\circ$,

$a = \overline{AB} = 3$ (等腰三角形) ,

作一直線 E 點垂直於 \overline{BC} ,

★1 : $\sqrt{3} : 2 \rightarrow 30^\circ : 60^\circ : 90^\circ$.

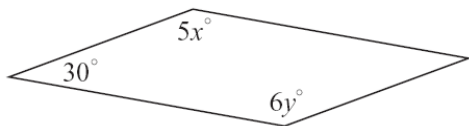
$$\overline{BE} = \frac{3}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} , \overline{EC} = \frac{3}{2} ,$$

$$b = \overline{BE} + \overline{EC} = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 3}{2} .$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 求出 x、y 的值，使得下列四邊形是平行四邊形。

(1)



$$\begin{cases} 30 + 30 + 5x + 6y = 360 \\ 5x = 6y \end{cases}$$

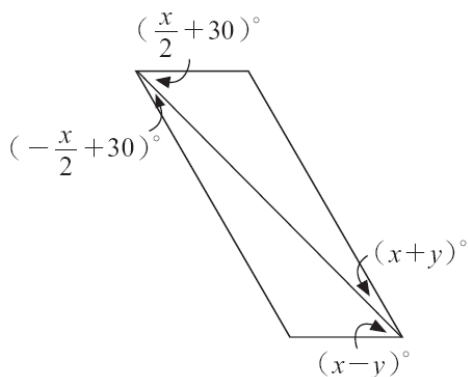
(%i1) solve([30+30+5*x+6*y=360,5*x=6*y], [x,y]);

※ 「solve([變數算式,變數算式],[變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([30+30+5*x+6*y=360,5*x=6*y], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=30,y=25]]

(2)





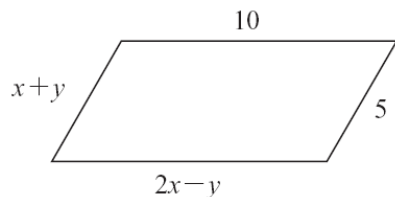
$$\begin{cases} x + y = -\frac{x}{2} + 30 \\ x - y = \frac{x}{2} + 30 \end{cases}$$

(%i1) solve([x+y=-(x/2)+30,x-y=(x/2)+30], [x,y]);

※ 「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([x+y=-(x/2)+30,x-y=(x/2)+30], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=30,y=-15]]

(3)



$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

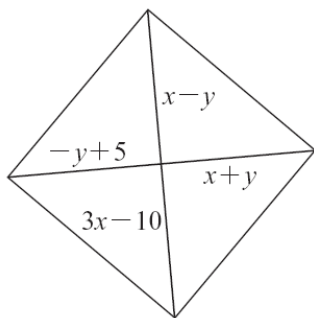
(%i1) solve([x+y=5,2*x-y=10], [x,y]);

※ 「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([x+y=5,2*x-y=10], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=5,y=0]]

(4)





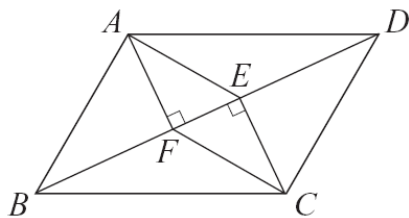
$$\begin{cases} x - y = 3x - 10 \\ -y + 5 = x + y \end{cases}$$

(%i1) solve([x-y=3*x-10,-y+5=x+y], [x,y]); ※ 「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([x-y=3*x-10,-y+5=x+y], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=5,y=0]]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4. 如下圖，在平行四邊形 ABCD 的對角線 \overline{BD} 上取 E、F，使得 $\overline{AF} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{CE} \perp \overline{BD}$ 。請在底下空格中填入適當的理由，說明四邊形 AECF 為平行四邊形。



由於 $\overline{AF} \perp \overline{BD}$

$\overline{CE} \perp \overline{BD}$

所以 $\overline{AF} \parallel \overline{CE}$ (內錯角相等)

又 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SAS)

所以 $\triangle ABD$ 的面積 = $\triangle CDB$ 的面積

但 $\triangle ABD$ 的面積 = $\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AF}$



$$\triangle CDB \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{CE}$$

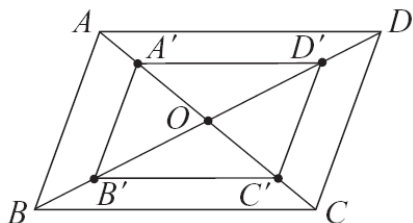
所以 $\overline{AF} = \overline{CE}$ (等量公理)

因此四邊形 AECF 為平行四邊形 (對邊平行且相等)

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5. 如下圖，ABCD 為平行四邊形，若在 \overline{AC} 、 \overline{BD} 上取四點 A'、B'、C'、D'，使得

$\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'} = \overline{DD'}$ ，說明 A'B'C'D' 也是平行四邊形。(提示：說明 $\overline{OA'} = \overline{OC'}$ ， $\overline{OB'} = \overline{OD'}$ 。)



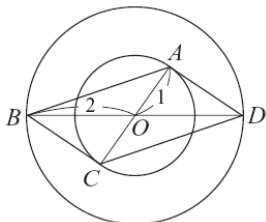
因為， $\overline{OA'} = \overline{OC'}$ ， $\overline{OB'} = \overline{OD'}$ ，

對角線互相平分，因此，A'B'C'D' 為平行四邊形。

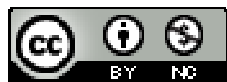
此題無法直接使用 Maxima 軟體

6. 如下圖，有以 O 為圓心的兩圓，一圓半徑為 1， \overline{AC} 為其直徑，另一圓半徑為 2，

\overline{BD} 為其直徑。說明 ABCD 是平行四邊形。



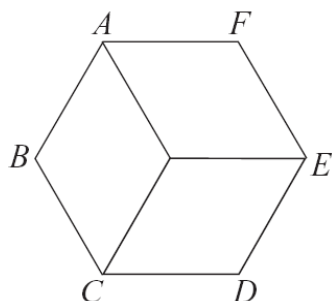
因為， $\overline{AO} = \overline{OC}$ (皆為半徑)， $\overline{BO} = \overline{OD}$ (皆為半徑)，



對角線互相平分，因此，ABCD 為平行四邊形。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

7.拿三個同樣的平行四邊形可以拼成右方的平面圖形，回答下列問題：



(1)試求出此平行四邊形的各角。

在中間部分，三個相等的角，相加為 360° ，
一個為 120° ，則另一內角為 $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 。

(2)說明此平行四邊形必須是菱形。

是。因為，菱形的對角線互相垂直平分，且對角線平分內角，
才能擁有 120° 、 60° 兩種角度的內角。

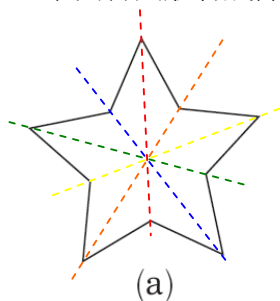
(3)六邊形 ABCDEF 一定是正六邊形嗎？

因為上題已證為菱形，所以，平行四邊形的每邊皆相等，為一正六邊形。

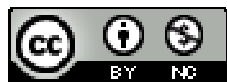
第 4 章 幾何圖形 4-2 線對稱與幾何圖形

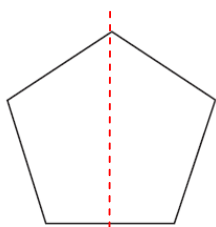
此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.下面各圖形有幾條對稱軸？



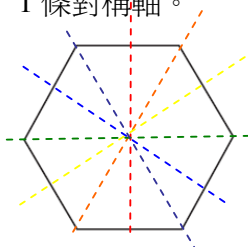
5 條對稱軸。





(b)

1 條對稱軸。

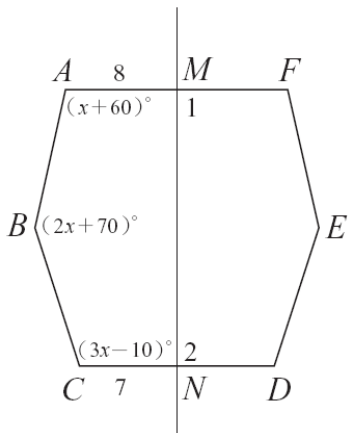


(c)

6 條對稱軸。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 如下圖，六邊形 ABCDEF 對稱於 \overline{MN} 。



(1) 求 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 。

★ 對稱軸會垂直平分對稱點的連線段。
 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ 。

(2) 若 $\overline{AM} = 8$ ， $\overline{CN} = 7$ ，求 \overline{MF} 、 \overline{DN} 。

★ 線對稱圖形對稱軸兩側的圖會全等。

$$\overline{AM} = \overline{MF} = 8, \overline{CN} = \overline{DN} = 7。$$



(3)若 $\angle A=(x+60)^\circ$, $\angle B=(2x+70)^\circ$, $\angle C=(3x-10)^\circ$, 求 $\angle D$ 、 $\angle E$ 、 $\angle F$ (答案請用 x 表示)。

★線對稱圖形對稱軸兩側的圖會全等。

$$\angle C = \angle D = (3x - 10)^\circ,$$

$$\angle B = \angle E = (2x + 70)^\circ,$$

$$\angle A = \angle F = (x + 60)^\circ.$$

(4)利用六邊形內角和，求 x 。

★ n 邊形內角和為 $180^\circ \times (n-2)$ 。

$$180^\circ \times (6-2) = 720^\circ,$$

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 720^\circ$$

$$\rightarrow (x+60)^\circ + (2x+70)^\circ + (3x-10)^\circ + (3x-10)^\circ + (2x+70)^\circ + (x+60)^\circ = 720^\circ,$$

$$(\%i1) \text{ solve}([(x+60)+(2*x+70)+(3*x-10)+(3*x-10)+(2*x+70)+(x+60)=720], [x]);$$

※「`solve([變數算式],[變數])`」指令表示求解，輸入

$$\text{solve}([(x+60)+(2*x+70)+(3*x-10)+(3*x-10)+(2*x+70)+(x+60)=720], [x]) \rightarrow$$

`ctrl+enter`。

$$(\%o1) [x=40]$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3.坐標平面上有四點 $A(4,4)$ 、 $B(-1,4)$ 、 $C(-8,-8)$ 、 $D(4,-1)$ ，已知四邊形 $ABCD$ 只有一條對稱軸。

(1)此對稱軸經過哪兩個頂點。

$$(\%i1) \text{ plot2d}([\text{discrete}, xy:[[4,4],[-1,4],[-8,-8],[4,-1]]],[x,-10,5],[y,-10,5]);$$

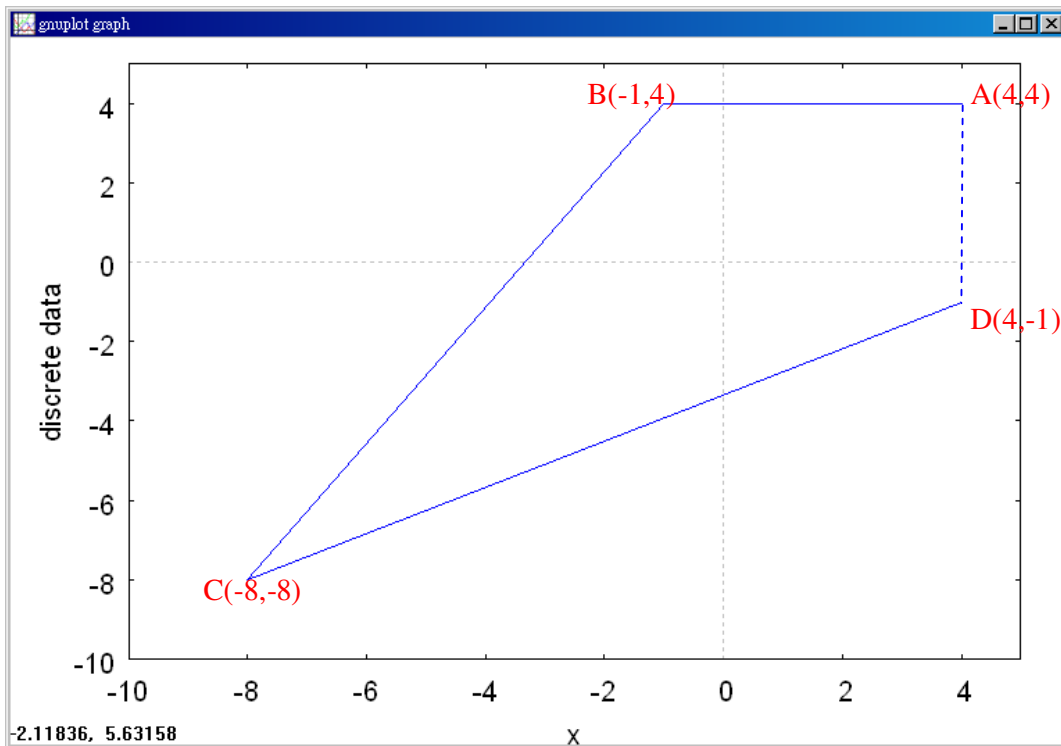
※「`plot2d([discrete, xy [(各點坐標)[坐標 1],[坐標 2],[坐標 3],[坐標 4]]], [橫軸 x(x,x 值範圍最小值, x 值範圍最大值)], [縱軸 y(y,y 值範圍最小值, y 值範圍最大值)])`」

指令表示畫 2d 坐標圖，輸入 `plot2d([discrete,`

$$xy:[[4,4],[-1,4],[-8,-8],[4,-1]]],[x,-10,5],[y,-10,5])$$

$$(\%o1)$$





根據上圖可知，對稱軸經過 A 和 C 兩點。

(2)若此對稱軸方程式為 $y=ax+b$ ，求 a、b。

經過 A(4,4)、C(-8,-8)，

$$\begin{cases} 4 = 4a + b \\ -8 = -8a + b \end{cases}$$

(%i1) solve([4=4*a+b,-8=-8*a+b], [a,b]);

※ 「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([4=4*a+b,-8=-8*a+b], [a,b]) → ctrl+enter。

(%o1) [[a=1,b=0]]

因此，此對稱軸方程式為 $y=x$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.下列敘述，正確的打「○」，錯誤的打「X」。

- (1)(X)正方形不是矩形。
- (2)(○)一個矩形如果也是菱形，則它是正方形。
- (3)(○)若一矩形的對角線垂直，則它一定是正方形。
- (4)(○)若一四邊形兩對角線垂直，它一定是箏形。
- (5)(X)若一四邊形有一組對角相等，它一定是箏形。



- (6)(○)若一平行四邊形有一組鄰邊相等，它一定是菱形。
- (7)(X)若一平行四邊形有一組鄰角相等，它一定是正方形。
- (8)(○)若一平行四邊形對角線相等，它一定是矩形。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

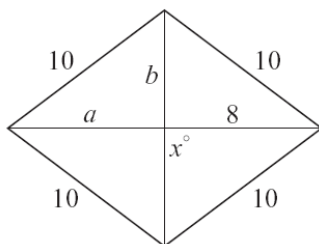
5. 依下表左欄所指定的四邊形 ABCD 類別與表中已給定的數值，在空白欄位填入適當的數值。

四邊形	\overline{AB}	\overline{BC}	\overline{CD}	\overline{DA}
正方形	5	5	5	5
菱形	7	7	7	7
矩形	2	3	2	3
箏形	3	3	4	4

此題無法直接使用 Maxima 軟體

6. 依各題圖中邊長與角度的提示，求出圖中未知數的值。

- (1) 求 a、b、x。



a=8 ;

b=√(10²-8²)=6 ;

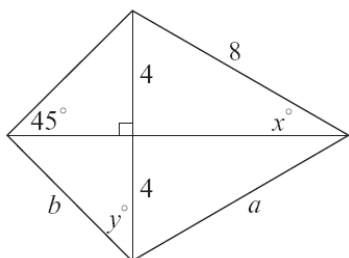
(%i1) sqrt(10²-8²); ※「sqrt(算式)」指令表示求開根號，輸入 sqrt(10²-8²)
→ ctrl+enter。

(%o1) 6

菱形的兩對角線互相垂直平分，因此，x=90°。

- (2) 求 a、b、x、y。





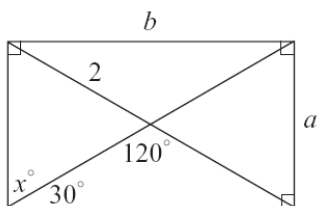
$a=8$;

$y=180^\circ-90^\circ-45^\circ=45^\circ$;

$b=4\sqrt{2}$,

$x=30^\circ$ 。

(3)求 a、b、x。(1 : $\sqrt{3}$: 2 \rightarrow 30° : 60° : 90°)



$x=90^\circ-30^\circ=60^\circ$;

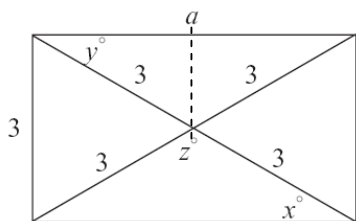
$180^\circ-120^\circ=60^\circ$, 另一角也是 60° ,

因此, 三邊長相等, $a=2$,

★1 : $\sqrt{3}$: 2 \rightarrow 30° : 60° : 90° \rightarrow 2 : $2\sqrt{3}$: 4 ,

因此, $b=2\sqrt{3}$ 。

(4)求 a、x、y、z 。



$z=180^\circ-60^\circ=120^\circ$,

$y=x=(180^\circ-120^\circ)\div 2=30^\circ$,

根據 1 : $\sqrt{3}$: 2 \rightarrow 30° : 60° : 90°可知 ,



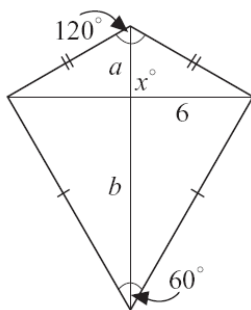
a 的一半 = $\frac{3}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

(%i1) (3/2)*sqrt(3); ※ 「sqrt(數值)」指令表示求開根號，輸入(3/2)*sqrt(3) → ctrl+enter。

(%o1) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

因此， $a = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 2 = 3\sqrt{3}$ 。

(5)求 a、b、x。



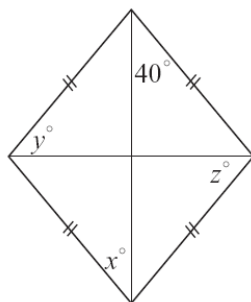
$x = 90^\circ$,
 $120^\circ \div 2 = 60^\circ$,

★1 : $\sqrt{3} : 2 \rightarrow 30^\circ : 60^\circ : 90^\circ \rightarrow 6 : 6\sqrt{3} : 12$,

因此， $b = 6\sqrt{3}$,

$a = \frac{6}{\sqrt{3}} \times 1 = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ 。

(6)求 x、y、z。



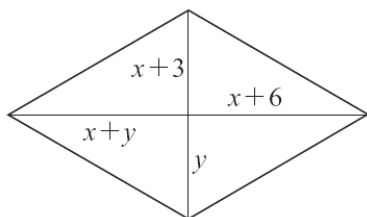
$x = y = z = 40^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體



7.若要讓右圖的四邊形，成為題中指定的四邊形，試求 x 、 y 。

(1)菱形



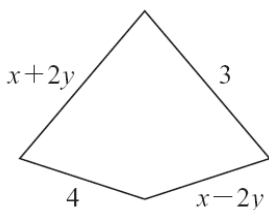
$$\begin{cases} x+y = x+6 \\ x+3 = y \end{cases}$$

(%i1) solve([x+y=x+6,x+3=y], [x,y]);

※「solve([變數算式,變數算式],[變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([x+y=x+6,x+3=y], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=3,y=6]]

(2)箏形



$$\begin{cases} x+2y = 3 \\ 4 = x-2y \end{cases}$$

(%i1) solve([x+2*y=3,4=x-2*y], [x,y]);

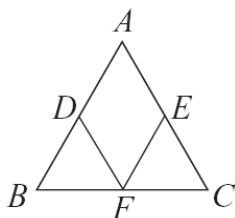
※「solve([變數算式,變數算式],[變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([x+2*y=3,4=x-2*y], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=7/2,y=-1/4]]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

8.如下圖， $\triangle ABC$ 為正三角形， D 、 E 、 F 各為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 的中點，說明 $ADEF$ 為菱形。(提示： $\triangle DBF$ 、 $\triangle ECF$ 是正三角形嗎?)





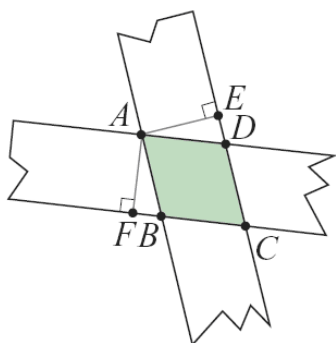
$$\overline{BD} = \overline{BF}, \angle BDF = \angle BFD = 60^\circ,$$

由此可知， $\triangle DBF$ 為正三角形，同理 $\triangle ECF$ 亦為正三角形，

$$\overline{AD} = \overline{DF} = \overline{EF} = \overline{AE}, \text{ 因此，} ADEF \text{ 為菱形。}$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

9. 如下圖，兩條寬度相同的紙條重疊得到一綠色區域。回答下列問題：



(1) 四邊形 ABCD 是否為一平行四邊形？為什麼？

$$\angle BAD = \angle BCD, \angle ABC = \angle ADC, \overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AD} \parallel \overline{BC},$$

因此，ABCD 為平行四邊形。

(2) 如圖， $\overline{AE} \perp \overline{DE}$ ， $\overline{AF} \perp \overline{BF}$ 。 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABF$ 是否全等？

$$\angle AFB = \angle AED = 90^\circ, \angle FAB = \angle EAD, \overline{AF} = \overline{AE},$$

$$\triangle ADE \cong \triangle ABF (\text{AAS}).$$

(3) 四邊形 ABCD 是否為一菱形？為什麼？

是。

$$\text{因為，} \overline{AB} = \overline{AD},$$

$$\text{而 } \overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AD} \parallel \overline{BC},$$



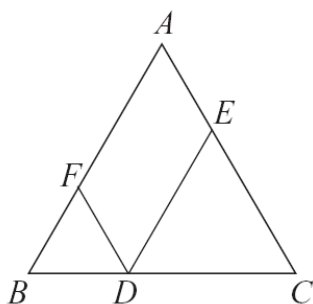
且 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$,

所以, $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BC}$,

因此, ABCD 為一菱形。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

10.如下圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$, 且 $\angle A = \angle EDF$, $\angle AED = \angle AFD$, 則四邊形 AEDF 的周長為多少?



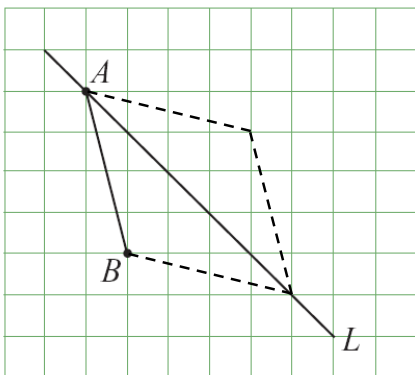
由於 $\overline{DF} = \overline{BF}$, $\overline{AF} + \overline{DF} = \overline{AF} + \overline{BF} = 8$,

而 $\overline{DE} = \overline{EC}$, $\overline{AE} + \overline{ED} = \overline{AE} + \overline{EC} = 8$,

所以, AEDF 的周長為 $8 \times 2 = 16$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

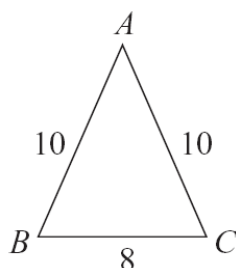
11.以 L 為對稱軸, \overline{AB} 為一邊, 作出菱形 ABCD 。



第 4 章 幾何圖形 4-3 周長與面積

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 如下圖，根據圖中數據，求 $\triangle ABC$ 的面積。



$$\text{高} = \sqrt{10^2 - (8 \div 2)^2} = 2\sqrt{21}$$

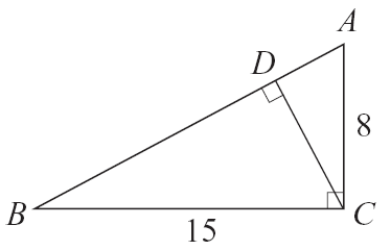
(%i1) sqrt(10^2-(8/2)^2); ※ 「sqrt(算式)」指令表示求開根號，輸入
sqrt(10^2-(8/2)^2) → ctrl+enter。

(%o1) $2\sqrt{21}$

$\triangle ABC$ 的面積 = $8 \times 2\sqrt{21} \div 2 = 8\sqrt{21}$ 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 如下圖，有一直角三角形 ABC ，其中 $\angle C$ 為直角，且 $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{AC} = 8$ ，若 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，求 \overline{CD} 。



$$\overline{AB} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

(%i1) sqrt(15^2+8^2); ※ 「sqrt(算式)」指令表示求開根號，輸入 sqrt(15^2+8^2)
→ ctrl+enter。



(%o1) 17

根據面積相等求 \overline{CD} 高，

$\triangle ABC$ 的面積 = $15 \times 8 \div 2 = 60$ 平方單位，

同理， $\overline{AB} \times \overline{CD} \div 2 = 60 \rightarrow 17 \times \overline{CD} \div 2 = 60$ ，

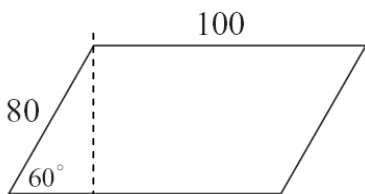
(%i2) solve([17*x/2=60], [x]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([17*x/2=60],[x]) \rightarrow ctrl+enter。

(%o2) $[x = \frac{120}{17}]$

因此， $\overline{CD} = \frac{120}{17}$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 如下圖，有一平行四邊形，其中兩組邊長分別為 100、80，且其中一角為 60° ，求此平行四邊形的面積為多少。



★1 : $\sqrt{3} : 2 \rightarrow 30^\circ : 60^\circ : 90^\circ \rightarrow 40 : 40\sqrt{3} : 80$ ，

高 = $40\sqrt{3}$ ，

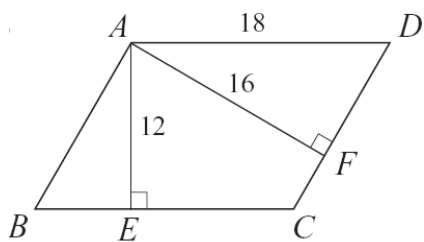
★平行四邊形的面積 = 底 \times 高。

平行四邊形面積 = $100 \times 40\sqrt{3} = 4000\sqrt{3}$ 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4. 如下圖，四邊形 ABCD 為平行四邊形， $\overline{AD} = 18$ ， $\overline{AF} = 16$ ， $\overline{AE} = 12$ ，求 ABCD 的面積與周長。





★平行四邊形的面積=底×高。

平行四邊形的面積=18×12=216 平方單位。

根據面積相等求 \overline{CD} ，

$$\overline{CD} \times 16 = 216,$$

(%i1) solve([x*16=216], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([x*16=216], [x]) → ctrl+enter。

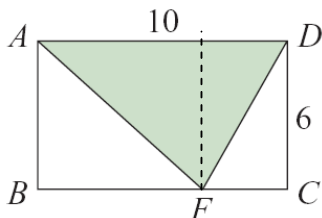
$$(%o1) [x = \frac{27}{2}]$$

因此， $\overline{CD} = \frac{27}{2}$ ，

平行四邊形的周長 = $18 \times 2 + \frac{27}{2} \times 2 = 63$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5. 如下圖，有一矩形 ABCD， $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{CD} = 6$ ，且 F 為 \overline{BC} 上的一點，求圖中綠色部分的面積。



由圖中虛線部分可知，綠色部分的面積為矩形面積÷2，

矩形面積 = $10 \times 6 = 60$ ，

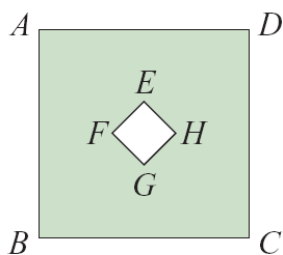
綠色部分的面積 = $60 \div 2 = 30$ 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

6. 如下圖，四邊形 ABCD、EFGH 均為正方形，且 $\overline{AB} + \overline{EF} = 14$ ，若綠色部分的面



積為 56，求 $\overline{AB} - \overline{EF}$ 。



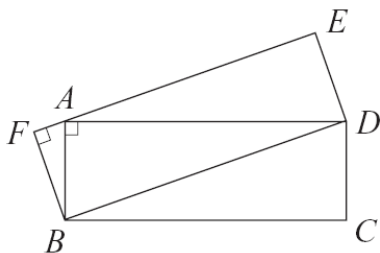
★ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

$$\overline{AB}^2 - \overline{EF}^2 = 56 \rightarrow (\overline{AB} + \overline{EF}) \times (\overline{AB} - \overline{EF}) = 56 \rightarrow 14 \times (\overline{AB} - \overline{EF}) = 56,$$

因此， $(\overline{AB} - \overline{EF}) = 4$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

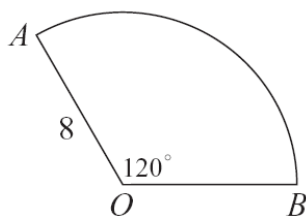
7. 如下圖，四邊形 ABCD 與四邊形 BDEF 都是矩形，且 $\triangle ADE$ 的面積與 $\triangle AFB$ 的面積和為 10，求四邊形 ABCD 的面積。



由於 $\triangle ABD$ 為四邊形 ABCD 一半，
 所以， $\triangle ADE$ 的面積 + $\triangle AFB$ 的面積為四邊形 BDEF 另一半，
 因此，四邊形 ABCD 的面積 = $10 + 10 = 20$ 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

8. 如下圖，扇形 AOB 中， $\overline{AO} = 8$ ， $\angle AOB = 120^\circ$ ，求扇形的面積與周長。



★弧長=圓周長 $\times\frac{\text{弧所對圓心角度數}}{360}$ 。

★扇形面積= $\frac{\text{弧長}\times\text{半徑}}{2}=\text{圓面積}\times(\frac{\text{扇形圓心角度數}}{360})$ 。

$$\text{弧長}=2\times\pi\times 8\times\frac{120}{360}=\frac{16}{3}\pi,$$

(%i1) 2*%pi*8*(120/360); ※直接輸入 2*%pi*8*(120/360) → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o1) $\frac{16}{3}\pi$

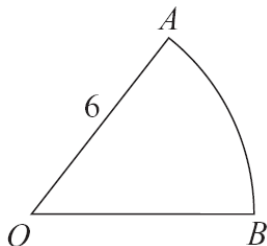
$$\text{扇形面積}=8\times 8\times\pi\times\frac{120}{360}=\frac{64}{3}\pi \text{ 平方單位。}$$

(%i2) 8*8*%pi*(120/360); ※直接輸入 8*8*%pi*(120/360) → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o2) $\frac{64}{3}\pi$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

9.如下圖，扇形 AOB 中， $\overline{OA}=6$ ，弧 AB 的長為 7，求扇形 AOB 的面積。

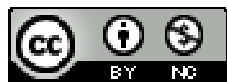


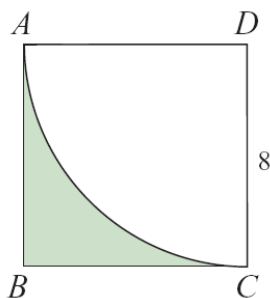
★扇形面積= $\frac{\text{弧長}\times\text{半徑}}{2}=\text{圓面積}\times(\frac{\text{扇形圓心角度數}}{360})$ 。

$$\frac{7\times 6}{2}=21 \text{ 平方單位。}$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

10.如下圖，有一邊長為 8 的正方形 ABCD，正方形中有一扇形 CDA，求綠色部分的面積與周長。





★弧長=圓周長 $\times \frac{\text{弧所對圓心角度數}}{360}$ 。

★扇形面積= $\frac{\text{弧長} \times \text{半徑}}{2} = \text{圓面積} \times (\frac{\text{扇形圓心角度數}}{360})$ 。

正方形面積=8 \times 8=64 平方單位，

扇形面積=8 \times 8 $\times \pi \times \frac{90}{360} = 16\pi$ 平方單位，

(%i1) 8*8*%pi*(90/360); ※直接輸入 8*8*%pi*(90/360) \rightarrow ctrl+enter。(%pi= π)

(%o1) 16 π

綠色部分的面積=正方形面積-扇形面積=64-16 π ，

弧長=2 $\times \pi \times 8 \times \frac{90}{360} = 4\pi$ ，

(%i2) 2*%pi*8*(90/360); ※直接輸入 2*%pi*8*(90/360) \rightarrow ctrl+enter。(%pi= π)

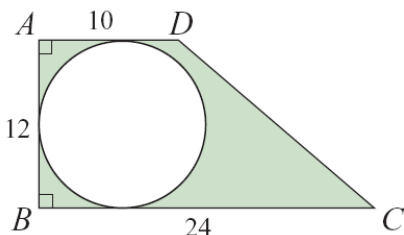
(%o2) 4 π

綠色部分的周長=8+8+4 $\pi = 16+4\pi$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

11.如下圖，ABCD 為一梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle ABC = \angle DAB = 90^\circ$ ， $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{AB} = 12$ ，

$\overline{BC} = 24$ ，且有一直徑等於 \overline{AB} 的圓在其內部，求綠色部分的面積。



★梯形面積=(上底+下底) \times 高 $\div 2$ 。

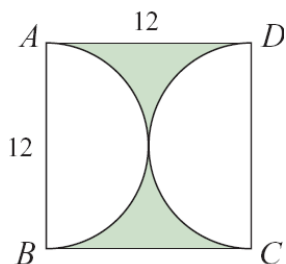
★圓形面積=半徑 \times 半徑 $\times \pi$ 。



梯形面積 $= (10+24) \times 12 \div 2 = 204$ 平方單位，
 半徑 $= 直徑 \div 2 = 12 \div 2 = 6$ ，
 圓形面積 $= 6 \times 6 \times \pi = 36\pi$ 平方單位，
 綠色部分的面積 $= 梯形面積 - 圓形面積 = 204 - 36\pi$ 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

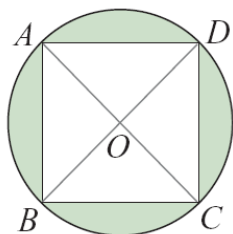
12. 如下圖，有一邊長為 12 的正方形 ABCD，正方形中有兩個半圓，求綠色部分的面積。



★正方形面積 $= 邊長 \times 邊長$ 。
 ★圓形面積 $= 半徑 \times 半徑 \times \pi$ 。
 正方形面積 $= 12 \times 12 = 144$ 平方單位，
 兩個半圓 $= 一個圓$ ，半徑 $= 直徑 \div 2 = 12 \div 2 = 6$ ，
 圓形面積 $= 6 \times 6 \times \pi = 36\pi$ 平方單位，
 綠色部分的面積 $= 正方形面積 - 圓形面積 = 144 - 36\pi$ 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

13. 如下圖，有一半徑為 6 的圓，圓上有四點 A、B、C、D 構成一正方形，且對角線 AC 與 BD 交於圓心 O，求綠色部分的面積。



★圓形面積 $= 半徑 \times 半徑 \times \pi$ 。
 圓形面積 $= 6 \times 6 \times \pi = 36\pi$ ，
 正方形面積 $= 二個等腰直角三角形面積 = (6+6) \times 6 \div 2 \times 2 = 72$ 平方單位，
 (%i1) (6+6)*6/2*2; ※直接輸入(6+6)*6/2*2 → ctrl+enter。

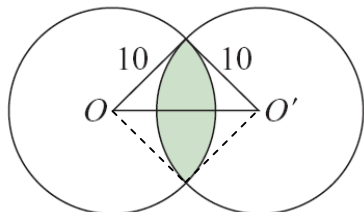


(%o1) 72

綠色部分的面積=圓形面積-正方形面積=36π-72 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

14.如下圖，圓 O 與圓 O' 都是半徑為 10 的圓，已知 $\overline{OO'} = 10\sqrt{2}$ ，求綠色部分的面積。



★圓形面積=半徑×半徑×π。

★三角形面積=半徑×半徑× $\frac{1}{2}$ 。

$10 : 10 : 10\sqrt{2} = 1 : 1 : \sqrt{2} \rightarrow 40^\circ - 40^\circ - 90^\circ$ ，

$\frac{1}{4}$ 圓面積=10×10×π× $\frac{1}{4}$ =25π 平方單位，

(%i1) 10*10*%pi*(1/4); ※直接輸入 10*10*%pi*(1/4) → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o1) 25 π

三角形面積=10×10× $\frac{1}{2}$ =50 平方單位，

(%i2) 10*10*(1/2); ※直接輸入 10*10*(1/2) → ctrl+enter。

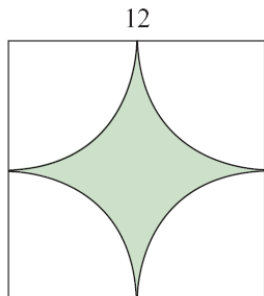
(%o2) 50

綠色部分的面積=(25π-50)×2=50π-100 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

15.如下圖，有一邊長為 12 的正方形。以正方形四個頂點為圓心，邊長的一半為半徑，畫得四個四分之一圓。求綠色部分的面積及其周長。





★正方形面積=邊長×邊長。

★圓形面積=半徑×半徑×π。

正方形面積=12×12=144 平方單位，

半徑=直徑÷2=12÷2=6，

圓形面積=6×6×π=36π 平方單位，

綠色部分的面積=正方形面積-圓形面積=144-36π 平方單位，

綠色部分的周長=圓周長=2×π×6=12π。

(%i1) 2*%pi*6; ※直接輸入 2*%pi*6 → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o1) 12 π

第 4 章 幾何圖形 4-4 表面積與體積

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.有一正方體，體積為 27 立方公分，求此正方體的表面積。

★直柱體體積=底面積×高。

★直角柱表面積=所有側面矩形的面積和+兩底面積。

正方體體積=邊長×邊長×邊長=27 → 邊長³=27 → 邊長=3，

(%i1) solve([x^3=27], [x]); ※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，
輸入 solve([x^3=27], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=3]

直角柱表面積=3×3×4(面)+3×3×2(面)=47，

(%i2) 3*3*4+3*3*2; ※直接輸入 3*3*4+3*3*2 → ctrl+enter。

(%o2) 47

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.有正五角柱，體積為 90 立方公分，底面積為 30 平方公分，求此正五角柱的高。

★直柱體體積=底面積×高。

90=30×高，



(%i1) solve([90=30*x], [x]); ※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，
輸入 solve([90=30*x], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=3]
因此，高=3。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3.若甲正方體的表面積為 648，乙正方體的表面積為 72，則甲的體積是乙的體積的幾倍？

- ★直柱體體積=底面積×高。
- ★直角柱表面積=所有側面矩形的面積和+兩底面積。

甲正方體一個面=648÷6=108，所以，邊長=√108，

乙正方體一個面=72÷6=12，所以，邊長=√12，

甲正方體體積=√108×√108×√108=108√108，

乙正方體體積=√12×√12×√12=12√12，

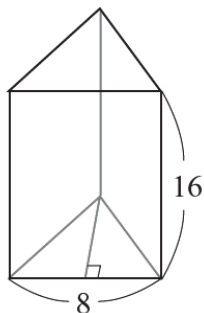
$$\frac{108\sqrt{108}}{12\sqrt{12}}=27，$$

(%i1) (108*sqrt(108))/(12*sqrt(12)); ※「sqrt(算式)」指令表示求開根號，輸入
(108*sqrt(108))/(12*sqrt(12)) →
ctrl+enter。

(%o1) 27
因此，甲的體積是乙的體積 27 倍。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.求右圖正三角柱的體積及表面積。



★直柱體體積=底面積×高。

★直角柱表面積=所有側面矩形的面積和+兩底面積。

$$\text{底面高} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3},$$

(%i1) sqrt(8^2-4^2); ※「sqrt(算式)」指令表示求開根號，輸入 sqrt(8^2-4^2) → ctrl+enter。

(%o1) $4\sqrt{3}$

$$\text{直柱體體積} = 8 \times 4\sqrt{3} \times 16 = 512\sqrt{3},$$

(%i2) 8*(4*sqrt(3))*16; ※「sqrt(數值)」指令表示求開根號，直接輸入 8*(4*sqrt(3))*16 → ctrl+enter。

(%o2) $512\sqrt{3}$

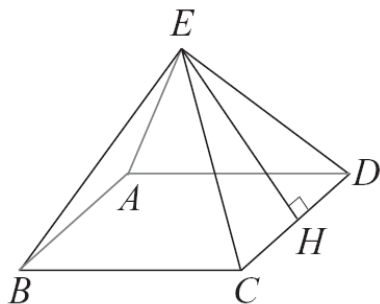
$$\text{直角柱表面積} = (16 \times 8) \times 3(\text{面}) + (8 \times 4\sqrt{3}) \times 2(\text{面}) = 64\sqrt{3} + 384,$$

(%i3) (16*8)*3+(8*(4*sqrt(3))*2); ※「sqrt(數值)」指令表示求開根號，直接輸入(16*8)*3+(8*(4*sqrt(3))*2) → ctrl+enter。

(%o) $64\sqrt{3} + 384$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5.如下圖，正四角錐表面積為 65cm^2 ，若 $\overline{EH} \perp \overline{CD}$ ，且 $\overline{EH} = 4\text{cm}$ ，求 ABCD 的面積。



★正角錐表面積=所有側面等腰三角形的面積和+底面積。

令 $\overline{CD} = x$ ，

$$65 = 4 \times x \times \frac{1}{2} \times 4 + x^2,$$



(%i1) solve([65=4*x*(1/2)*4+x^2], [x]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入
 solve([65=4*x*(1/2)*4+x^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=5,x=-13]
 負不符所求，x=5，
 因此，ABCD 的面積=5×5=25 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

6.有一直圓柱，高為 4 公分，底圓半徑為 6 公分，求其體積與側面的面積。

- ★直柱體體積=底面積×高。
- ★直柱體側面積=底面圓周長×高。

體積=6×6×π×4=144π，

(%i1) 6*6*%pi*4; ※直接輸入 6*6*%pi*4 → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o1) 144 π

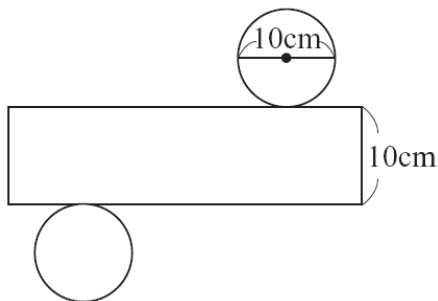
側面面積=6×2×π×4=48π，

(%i2) 6*2*%pi*4; ※直接輸入 6*2*%pi*4 → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o2) 48 π

此題無法直接使用 Maxima 軟體

7.如下圖，有一直圓柱的展開圖，求此展開圖中矩形部分的面積。



- ★直柱體側面積=底面圓周長×高。

10×π×10=100π。

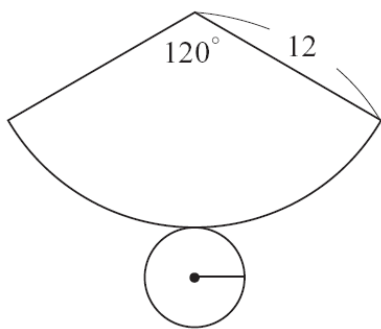
(%i1) 10*%pi*10; ※直接輸入 10*%pi*10 → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o1) 100 π

此題無法直接使用 Maxima 軟體

8.如下圖，有一直圓錐的展開圖，依據圖中的數據，求此直圓錐底圓的半徑。





★扇形弧長=圓周長 $\times \frac{\text{弧所對圓心角度數}}{360}$ 。

$$\text{扇形弧長} = 12 \times 2 \times \pi \times \frac{120}{360} = 8\pi$$

(%i1) 12*2*%pi*(120/360); ※直接輸入 12*2*%pi*(120/360) → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o1) 8π

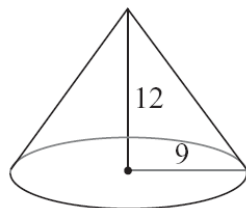
半徑 $\times 2 \times \pi = 8\pi$ ，因此，半徑=4。

(%i1) solve([2*x=8], [x]); ※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，
輸入 solve([2*x=8],[x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=4]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

9.如下圖，有一高為 12 的直圓錐，已知其底圓半徑為 9，求此直圓錐的表面積。



★直圓錐表面積=π×扇形半徑×底圓半徑+底圓面積。

$$\text{直圓錐的表面積} = \pi \times 12 \times 9 + 9 \times 9 \times \pi = 198\pi$$

(%i1) 12*9*%pi+9*9*%pi; ※直接輸入 12*9*%pi+9*9*%pi → ctrl+enter。(%pi=π)

(%o1) 189π

第 4 章 幾何圖形 第 4 章綜合習題

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 選擇題



(B)(1)如下圖，汽車上的單臂雨刷 \overline{OB} 長 90 公分，雨刷部分 \overline{BD} 長 60 公分，若雨刷刷動的最大弧為 \overline{AB} ，其弧長為 60π 公分，則雨刷可刷洗的區域（綠色部分）面積為多少平方公分？

$$\angle COD = 360^\circ \times \frac{60\pi}{180\pi} = 120^\circ,$$

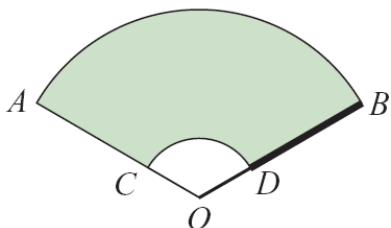
(%i1) $360 * ((60 * \%pi) / (180 * \%pi));$ ※直接輸入 $360 * ((60 * \%pi) / (180 * \%pi)) \rightarrow$
 $\text{ctrl} + \text{enter} \circ (\%pi = \pi)$

(%o1) 120

$$\text{綠色部分} : 90 \times 90 \times \pi \times \frac{1}{3} - 30 \times 30 \times \pi \times \frac{1}{3} = 2700\pi - 300\pi = 2400\pi \circ$$

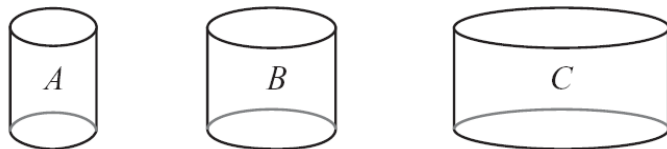
(%i2) $90 * 90 * \%pi * (1/3) - 30 * 30 * \%pi * (1/3);$ ※直接輸入
 $90 * 90 * \%pi * (1/3) - 30 * 30 * \%pi * (1/3)$
 $\rightarrow \text{ctrl} + \text{enter} \circ (\%pi = \pi)$

(%o2) 2400π



(A) 2700π (B) 2400π (C) 2100π (D) $1800\pi \circ$

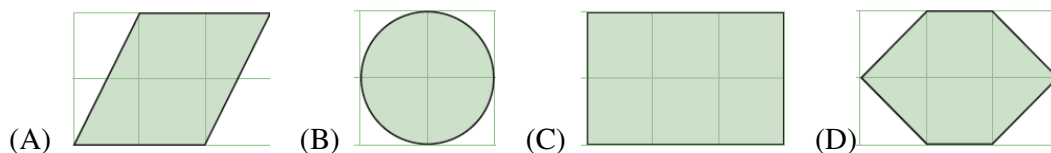
(D)(2)如下圖，有 A、B、C 三個直圓柱形狀的容器，其底圓直徑連比為 2 : 3 : 5。某日下雨時，將三容器置於雨中，雨停後觀察其高度均相同，那麼下列敘述何者正確？



- (A) A、B、C 容器中水平面的面積比為 4 : 6 : 10
- (B) A、B、C 容器中水平面的面積比為 2 : 3 : 5
- (C) A、B、C 容器中水的體積比為 4 : 6 : 10
- (D) A、B、C 容器中水的體積比為 4 : 9 : 25。

(C)(3)大發木材行販賣的木棍都是直柱體的形狀，每種木棍的柱高都一樣，但底面的造型有下列四種，問哪一種木棍的體積最大？





(D)(4)如下圖，有甲、乙兩直圓柱，甲直圓柱底圓的直徑是 4 公分、柱高是 3 公分；乙直圓柱底圓的直徑是 3 公分、柱高是 4 公分，試問下列關於甲、乙兩直圓柱體積的敘述，何者正確？

甲體積 = $2 \times 2 \times \pi \times 3 = 12\pi$ ，

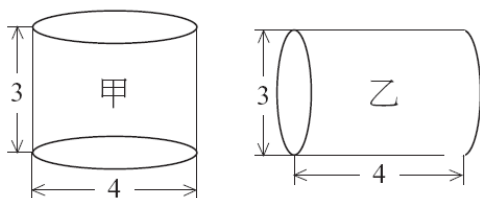
(%i1) $2*2*\%pi*3$; ※直接輸入 $2*2*\%pi*3 \rightarrow \text{ctrl+enter}$ 。(%pi = π)

(%o1) 12π

乙體積 = $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \pi \times 4 = 9\pi$

(%i2) $(3/2)*(3/2)*\%pi*4$; ※直接輸入 $(3/2)*(3/2)*\%pi*4 \rightarrow \text{ctrl+enter}$ 。(%pi = π)

(%o2) 9π



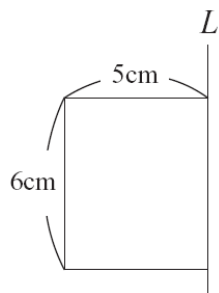
(A)甲體積=乙體積 (B)甲體積是乙體積的 $\frac{16}{9}$

(C)甲體積是乙體積的 $\frac{3}{4}$ 倍 (D)甲體積是乙體積的 $\frac{4}{3}$ 倍。

(D)(5)如下圖，將矩形紙片以直線 L 為轉軸旋轉一周，所掃過的直圓柱體積為多少立方公分？ $5 \times 5 \times \pi \times 6 = 150\pi$ 。

(%i1) $5*5*\%pi*6$; ※直接輸入 $5*5*\%pi*6 \rightarrow \text{ctrl+enter}$ 。(%pi = π)

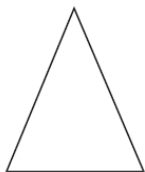
(%o1) 150π



(A) 30π (B) 60π (C) 120π (D) 150π 。



(B)(6)用兩個如下圖的等腰三角形，不可能拼出下列出那種圖形？



(A)菱形 (B)箏形 (C)矩形 (D)平行四邊行。

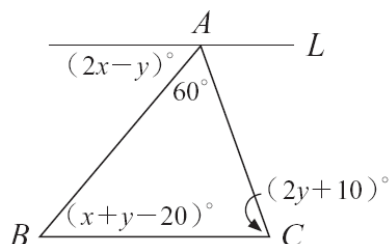
(D)(7)用兩個如下圖的直角三角形，不可能拼出下列那種圖形？



(A)等腰三角形 (B)平行四邊形 (C)矩形 (D)菱形。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.如下圖，若 $L \parallel \overline{BC}$ ，求 x 、 y 。



$$\begin{cases} 2x - y = x + y - 20 \\ x - y = 30 \end{cases}$$

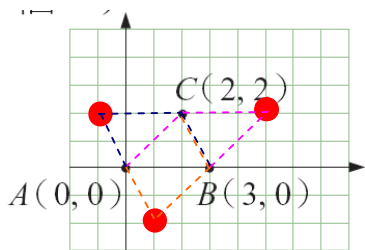
(%i1) solve([2*x-y=x+y-20,x-y=30], [x,y]); ※ 「solve([變數算式,變數算式], [變數,變數])」指令表示求解，輸入 solve([2*x-y=x+y-20,x-y=30], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=80,y=50]]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3.如下圖，在坐標平面上找出一點，使得這個點和 A、B、C 三點構成一平行四邊形，並求此點的坐標。(提示：解答不只一個。)





(5,2)、(-1,2)、(1,-2)。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.一菱形的周長為 100，且其中一對角線長為 48，則另一對角線長為多少？

$100 \div 4 = 25$ ， $48 \div 4 = 12$ ，

$$\sqrt{25^2 - 12^2} = 7，$$

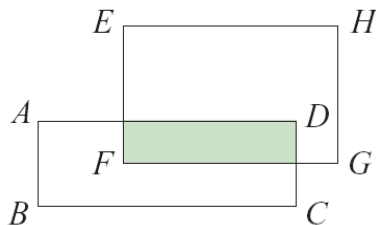
(%i1) sqrt(25^2-12^2); ※「sqrt(數值)」指令表示求開根號，輸入 sqrt(25^2-12^2)
→ ctrl+enter。

(%o1) 7

因此，另一對角線長=7+7=14。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5.將兩個長方形疊成下圖，其中重疊的部分佔矩形 ABCD 面積的 $\frac{1}{3}$ ，佔矩形 EFGH 面積的 $\frac{1}{4}$ ，若已知兩長方形疊成後的總面積為 100 平方公分，求這兩個長方形各自的面積。



令重疊部分為 x ，

則 ABCD 為 $3x$ ，EFGH 為 $4x$ ，

$$4x + 3x - x = 100，$$

(%i1) solve([4*x+3*x-x=100], [x]); ※「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，輸入 solve([4*x+3*x-x=100], [x])
→ ctrl+enter。



$$(\%o1) [x=\frac{50}{3}]$$

因此， $ABCD=3\times\frac{50}{3}=50$ ， $EFGH=4\times\frac{50}{3}=\frac{200}{3}$ 。

