

以下將依據九年一貫數學部編教科書的章節內容，以 MAXIMA 軟體  
解答國中二年級下學期**例題**、**隨堂練習**及**自我評量**以供國中生參考

## 目 錄

### 國中二年級上學期(第 3 冊)

#### 第 1 章 乘法公式與多項式

- 1-1 乘法公式
- 1-2 多項式與其加減
- 1-3 多項式的乘除

#### 第 2 章 畢氏定理與平方根

- 2-1 畢氏定理
- 2-2 平方根與近似值
- 2-3 根式的運算
- 2-4 畢氏定理的應用

#### 第 3 章 多項式的因式分解

- 3-1 乘法公式與提公因式法
- 3-2 十字交乘法

#### 第 4 章 一元二次方程式

- 4-1 用因式分解法求解
- 4-2 配方法與公式解
- 4-3 一元二次方程式的應用

### 國中二年級下學期(第 4 冊)

#### 第 1 章 數列與級數

- 1-1 等差數列
- 1-2 等差級數

#### 第 2 章 幾何圖形的角

- 2-1 三角形的角
- 2-2 多邊形的內角與外角
- 2-3 平行與垂直

#### 第 3 章 三角形的基本性質

- 3-1 全等的概念
- 3-2 SSS 全等與尺規作圖
- 3-3 三角形的邊角關係

#### 第 4 章 幾何圖形

- 4-1 平行四邊形
- 4-2 線對稱與幾何圖形
- 4-3 周長與面積
- 4-4 表面積與體積



## 國中二年級下學期(第 4 冊)

### 第 1 章 數列與級數

1-1 等差數列

1-2 等差級數

### 第 2 章 幾何圖形的角

2-1 三角形的角

2-2 多邊形的內角與外角

2-3 平行與垂直

### 第 3 章 三角形的基本性質

3-1 全等的概念

3-2 SSS 全等與尺規作圖

3-3 三角形的邊角關係

### 第 4 章 幾何圖形

4-1 平行四邊形

4-2 線對稱與幾何圖形

4-3 周長與面積

4-4 表面積與體積

### 第 1 章 數列與級數 1-1 等差數列

#### P. 6 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

考慮數列 1、3、5、7、9、11、13、15，並回答下列問題：

- (1) 這個數列有幾項？8 項。
- (2) 這個數列的首項和末項各是什麼數？首項為 1；末項為 15。
- (3) 9 是第幾項，它的前一項和後一項各是什麼數？  
9 是第 5 項；它的前一項為 7，後一項為 11。

#### P. 6 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

請在空格中填分適當的數：

- (1) 1、3、5、7、9、11、13、15
- (2) 5、10、15、20、25、30



(3) 1、10、100、1000、10000、100000

(4)  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{5}$ 、 $-\frac{5}{6}$ 、 $\frac{6}{7}$ 、 $\frac{7}{8}$

**P.7 例 1**

寫出下列數列的前五項：

(1)  $a_n = 2n - 1$

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (1, 2, n))); ※ 「for n: 數值 thru 數值 do (print(arithmetic (首項, 公差, 項數)))」指令表示做 for 迴圈, 接著分別 print 出等差級數列的值, 輸入 for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (1, 2, n))) → ctrl+enter。

1  
3  
5  
7  
9

(%o2) done

因此, 前五項為 1、3、5、7、9。

(2) 1、4、...、 $n^2$ 、...

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (1, n+1, n))); ※ 「for n: 數值 thru 數值 do (print(arithmetic (首項, 公差, 項數)))」指令表示做 for 迴圈, 接著分別 print 出等差級數列的值, 輸入 for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (1, n+1, n))) →



ctrl+enter。

1  
4  
9  
16  
25  
(%o2) done

因此，前五項為 1、4、9、16、25。

### P.8 隨堂練習

寫出下列數列的前五項：

(1)  $a_n = 5n$

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i6) for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (5, 5, n))); ※ 「for n: 數值 thru 數值 do (print(arithmetic (首項, 公差, 項數)))」指令表示做 for 迴圈，接著分別 print 出等差級數列的值，輸入 for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (5, 5, n)))  
→ ctrl+enter。

5  
10  
15  
20  
25  
(%o6) done

因此，前五項為 5、10、15、20、25。

(2)  $1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (1, -1/n, n))); ※ 「for n: 數值 thru 數值 do (print(arithmetic (首項, 公



差, 項數)))」指令表示做  
 for 迴圈，接著分別 print  
 出等差級數列的值，輸入  
 for n:1 thru 5  
 do(print(arithmetic (1, -1/n,  
 n))) → ctrl+enter。

1  
 1/2  
 1/3  
 1/4  
 1/5  
 (%o2) done

因此，前五項為  $1$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 。

**P. 11 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

觀察下列圖形，並回答問題：



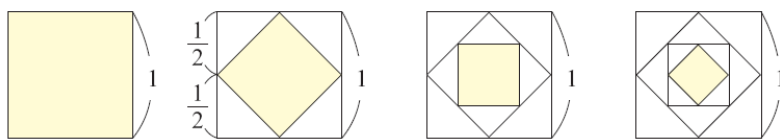
- (1)自左而右，第一圖有\_1\_個綠點，第二圖有\_3\_個綠點，第三圖有\_5\_個綠點。
- (2)考慮綠點數目所形成的數列，則相鄰兩項的後項比前項多\_2\_。
- (3)依照(2)的觀察，寫出綠點數列的前六項。1、3、5、7、9、11。

**P. 11 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

有一個邊長為 1 的正方形，取各邊的中點為頂點得一新正方形，再取新正方形各邊中點為頂點又得一新正方形，依此類推，並繪製如下圖（圖中之黃色正方形）。  
 回答下列問題：





(1)第一個黃色正方形面積= $\frac{1}{1}$ ，

第二個黃色正方形面積= $\frac{1}{2}$ ，

第三個黃色正方形面積= $\frac{1}{4}$ ，

(2)考慮面積所形成的數列，則相鄰兩項的後項是前項的 $\frac{1}{2}$ 倍。

(3)依照(2)的觀察，寫出此數列的第四項到第七項。

$\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{16}$ 、 $\frac{1}{32}$ 、 $\frac{1}{64}$ 。

### P. 12 例 2

此題無法直接使用 Maxima 軟體

下列兩個數列是否為等差數列？如果是，請寫出公差。

(1)13、10、7、4、1、-2 是等差數列，公差為-3。

(2)6、6、6、6、6、6 不是等差數列。

### P. 12 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

下列兩個數列是否為等差數列？如果是，請寫出公差。

(1)6、5、4、3、2、1 是等差數列，公差為-1。

(2)0、1、0、1、0、1 不是等差數列。

### P. 13 例 3

寫出下列數列的前五項：

(1)首項為 2，公差為 10 的等差數列。

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (2, 10, n))); ※ 「for n: 數值 thru 數值 do



(print(arithmetic (首項, 公差, 項數)))」指令表示做 for 迴圈，接著分別列印出等差級數列的值，輸入 for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (2, 10, n))) → ctrl+enter。

2  
12  
22  
32  
42  
(%o2) done

因此，前五項為 2、12、22、32、42。

(2)首項為 13，公差為-5 的等差數列。

(%i1) load(funcs); ※「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (13, -5, n))); ※「for n: 數值 thru 數值 do (print(arithmetic (首項, 公差, 項數)))」指令表示做 for 迴圈，接著分別列印出等差級數列的值，輸入 for n:1 thru 5 do(print(arithmetic (13, -5, n))) → ctrl+enter。

13  
8  
3  
-2  
-7  
(%o2) done

因此，前五項為 13、8、3、-2、-7。

### P. 13 隨堂練習

有一等差數列的首項為 0，公差為  $\frac{1}{2}$ ，寫出此數列的前六項。

(%i1) load(funcs); ※「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。



(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) for n:1 thru 6 do(print(arithmetic (0, 1/2, n)));

※ 「for n: 數值 thru 數值 do (print(arithmetic (首項, 公差, 項數)))」指令表示做 for 迴圈，接著分別列印出等差級數列的值，輸入 for n:1 thru 6 do(print(arithmetic (0, 1/2, n))) → ctrl+enter。

0

1/2

1

3/2

2

5/2

(%o2) done

因此，前六項為  $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}$ 。

### P. 15 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

寫出例 3(2)中  $b_n$  的公式，並以此計算  $b_{100}$ 。

$$b_n = b_1 + (n - 1)d$$

$$b_{100} = 13 + (100 - 1) \times (-5) = -482。$$

### P. 15 例 4

★  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

已知一個等差數列的首項為 2，公差為 4：

(1)求比較列的第 20 項。

(%i1) load(funcs);

※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) arithmetic (2, 4, 20);

※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic (2, 4, 20) → ctrl+enter。

(%o2) 78





(2)94 是不是此等差數列的一項？

(%i3) solve([arithmetic (2, 4, n)=94], [n]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, 輸入 solve([arithmetic (2, 4, n)=94], [n]) → ctrl+enter。

(%o3) [n=24]

因此, 94 為此數列的第 24 項。

(3)48 是不是此等差數列的一項？

(%i4) solve([arithmetic (2, 4, n)=48], [n]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, 輸入 solve([arithmetic (2, 4, n)=48], [n]) → ctrl+enter。

(%o4) [n= $\frac{25}{2}$ ]

n 為自然數, 因此 48 不可能是比數列的一項。

**P. 16 隨堂練習**

★  $a_n = a_1 + (n-1)d$

一等差數列的首項為 20, 公差為-8:

(1)求此數列的第 10 項。

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) arithmetic (20, -8, 10); ※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, 輸入 arithmetic (20, -8, 10) → ctrl+enter。

(%o2) -52

(2)-100 為比數列的第幾項？

(%i3) solve([arithmetic (20, -8, n)=-100], [n]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, 輸入 solve([arithmetic (20, -8, n)=-100], [n]) → ctrl+enter。

(%o3) [n=16]

因此, -100 為比數列的第 16 項。



**P. 16 例 5**

★  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

下列的  $a_n$  都是等差數列中的某一項，其中  $d$  為公差：

(1)  $a_{10} = 25$ ， $d = 3$ ，求  $a_{15}$ 。

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, 3, 10)=25,arithmetic (a, 3, 15)=s], [a,s]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, 3, 10)=25,arithmetic (a, 3, 15)=s], [a,s]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=-2,s=40]]

因此， $a_{15} = 40$  (首項為-2)。

(2)  $a_{20} = 12$ ， $d = -2$ ，求首項。

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, -2, 20)=12], [a]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, -2, 20)=12], [a]) → ctrl+enter。

(%o2) [a=50]

因此，首項為 50。

(3)  $a_{26} = 144$ ， $d = 6$ ，18 為此數列的第幾項？

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, 6, 26)=144,arithmetic (a, 6, n)=18], [a,n]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, 6, 26)=144,arithmetic (a, 6, n)=18], [a,n]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=-6,n=5]]

因此，18 為此數列的第 5 項 (首項為-6)。



**P. 17 隨堂練習**

★  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

(1)若一等差數列的  $a_{20}=72$  ,  $d=-5$  , 求  $a_{12}$  。

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, -5, 20)=72,arithmetic (a, -5, 12)=s], [a,s]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, 輸入 solve([arithmetic (a, -5, 20)=72,arithmetic (a, -5, 12)=s], [a,s]) → ctrl+enter 。

(%o2) [[a=167,s=112]]

因此,  $a_{12}=112$  (首頁為 167)。

(2)若一等差數列的  $a_{41}=300$  ,  $d=8$  , -20 為此數列的第幾項?

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, 8, 41)=300,arithmetic (a, 8, n)=-20], [a,n]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, 輸入 solve([arithmetic (a, 8, 41)=300,arithmetic (a, 8, n)=-20], [a,n]) → ctrl+enter 。

(%o2) [[a=-20,n=1]]

因此, -20 為此數列的第 1 項 (首頁為-20)。

**P. 18 例 6**

★ 公差 =  $\frac{\text{末項} - \text{首項}}{\text{間隔數}}$

1.一等差數列的  $a_3=19$  ,  $a_{15}=103$  , 求此數列的公差。

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, d, 3)=19,arithmetic (a, d, 15)=103], [a,d]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, 輸入 solve([arithmetic (a, d, 3)=19,arithmetic (a, d, 15)=103], [a,d]) → ctrl+enter 。

(%o2) [[a=5,d=7]]

因此, 此數列的公差為 7 。



2. 想在 40、120 之間插入 7 個數，構成一等差數列，要怎麼做？

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, d, 1)=40,arithmetic (a, d, 9)=120], [a,d]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ] )」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, d, 1)=40,arithmetic (a, d, 9)=120], [a,d]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=40,d=10]]

因此，首項為 40，公差為 10。

(%i3) for n:1 thru 9 do(print(arithmetic (40, 10, n)));

※ 「for 變數: 數值 thru 數值 do (print (變數運算))」指令表示做 for 迴圈；

「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，print 列出值，輸入 for n:1 thru 9

do(print(arithmetic (40, 10, n)))) → ctrl+enter。

40  
50  
60  
70  
80  
90  
100  
110  
120

(%o3) done

所以，此數列為 40、50、60、70、80、90、100、110、120。

### P. 18 隨堂練習

在 4 和 12 之間插入 1 個數，構成一個等差數列，依序寫出這三個數。

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac



(%i2) solve([arithmetic (a, d, 1)=4,arithmetic (a, d, 3)=12], [a,d]);

※「solve([ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, 輸入 solve([arithmetic (a, d, 1)=4,arithmetic (a, d, 3)=12], [a,d]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=4,d=4]]

因此, 首項為 4, 公差為 4。

(%i3) for n:1 thru 3 do(print(arithmetic (4, 4, n)));

※「for 變數: 數值 thru 數值 do (print (變數運算))」指令表示做 for 迴圈;「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列, print 列出值, 輸入 for n:1 thru 3 do(print(arithmetic (4, 4, n))) → ctrl+enter。

4

8

12

(%o3) done

所以此數列為 4、8、12。

### P. 18 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

求 a 與 b 的等差中項。

$$\frac{a+b}{2}。$$

### P. 19 例 7

此題無法直接使用 Maxima 軟體

計程車一般的計費方式是, 最開始有起跳價, 之後再加跳固定的續程費。林伯伯在某地搭了兩次計程車, 收費分別為 110 元 (表加跳 10 次)、140 元 (表加跳 16 次)。請由這些線索推論出當地計程車的收費方式。

令起跳價為 A 元(首項), 固定續程費為 k 元(公差),

$$a_{11}=110, a_{17}=140,$$

$$k=\frac{140-110}{17-11}=\frac{30}{6}=5$$



$a_{11} = A + 5 \times (11 - 1) \rightarrow 110 = A + 50 \rightarrow A = 110 - 50 = 60$ ，  
 因此，當地計程車之起跳價為 60 元，續程費每跳一次加 5 元。

**P. 20 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

某漫畫租書店收費的方式如下：每月先收基本月費，此後在該月內每租一本書再加收 5 元租書費。森雄上月租 14 本書花了 170 元，本月租書花了 200 元，問該租書店的基本月費是多少？森雄本月租了幾本書？

基本月費： $170 - 14 \times 5 = 100$ ，  
 租了  $(200 - 100) \div 5 = 20$  本。

**P. 21 1-1 自我評量**

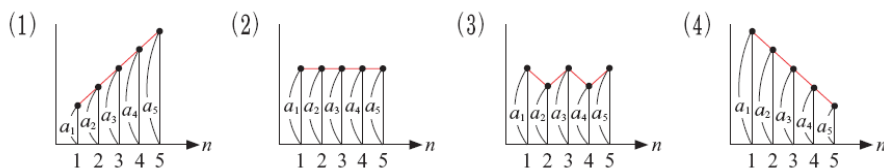
此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 下列敘述，正確的打「○」，錯誤的打「X」：

- (○) (1) 把一個等差數列的每一項乘以 3，得到的新數列還是一個等差數列。
- (○) (2) 把一個等差數列的每一項加上 5，得到的新數列還是一個等差數列。
- (X) (3) 一個等差數列的首項和末項不可能相等。
- (X) (4) 等差數列的末項一定比首項大。
- (○) (5) 一等差數列若取其偶數項作為一個新數列，此數列還是一個等差數列。
- (○) (6) 如果 a、b、c、d、e 是等差數列，則 e、d、c、b、a 也是等差數列。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 若將數列  $a_n$  的前五項畫成如下的折線圖，哪一個不可能是等差數列的圖？(2)。



3. 如果一個等差數列的第 6 項是 20，第 20 項是 90，求此數列之首項、公差與第 13 項。

★  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$\begin{cases} a_1 + (6 - 1)d = 20 \\ a_1 + (20 - 1)d = 90 \end{cases}$$



(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, d, 6)=20,arithmetic (a, d, 20)=90], [a,d]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, d, 6)=20,arithmetic (a, d, 20)=90], [a,d]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=-5,d=5]]

因此， $a_1 = -5$ 、 $d = 5$ 。

(%i3) arithmetic (-5, 5, 13); ※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic (-5, 5, 13) → ctrl+enter。

(%o3) 55

4. 求 35 與 67 的等差中項。

(%i1) (35+67)/2; ※直接輸入 39/169 → ctrl+enter。(註：套用公式)。

(%o1) 51

## 第 1 章 數列與級數 1-2 等差級數

### P. 26 例 1

★ 等差級數和 =  $\frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2}$

1. 求  $19+21+23+25+27+29+31+33+35$ 。

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) arithsum (19, 2, 9); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (19, 2, 9) → ctrl+enter。

(%o2) 243

2. 有一等差數列， $a_4 = 80$ ， $a_{12} = -12$ ，求  $a_4 + a_5 + \dots + a_{12}$ 。

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, d, 4)=80,arithmetic (a, d, 12)=-12], [a,d]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, d, 4)=80,arithmetic (a, d, 12)=-12], [a,d]) → ctrl+enter。



(%o2) [[a=229/2,d=-23/2]]

因此，首項  $\frac{229}{2}$ ；公差  $-\frac{23}{2}$ 。

(%i3) arithsum (80, -23/2, 9); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (80, -23/2, 9) → ctrl+enter。

(%o3) 306

3.在 110 和 40 之間插入 7 個數，構成一等差數列，求此 7 數之和。

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, d, 1)=110,arithmetic (a, d, 9)=40], [a,d]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, d, 1)=110,arithmetic (a, d, 9)=40], [a,d]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=110,d=-35/4]]

因此，首項 110；公差  $-\frac{35}{4}$ 。

(%i3) arithsum (110, -35/4, 9); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (110, -35/4, 9) → ctrl+enter。

(%o3) 675

### P. 27 隨堂練習

★ 等差級數和 =  $\frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2}$

1.有一等差數列， $a_{13}=-8, a_6=48$ ，求  $a_6 + \dots + a_{13}$

(%i1) load(functions); ※ 「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, d, 13)=-8,arithmetic (a, d, 6)=48], [a,d]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, d, 13)=-8,arithmetic (a, d, 6)=48], [a,d]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=88,d=-8]]

因此，首項 88；公差 -8。





(%i3) arithsum (48, -8, 8); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (48, -8, 8) → ctrl+enter。

(%o3) 160

2.在 0 和 100 之間插入 10 個數，構成一等差數列，求此 12 個數的總和。

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) solve([arithmetic (a, d, 1)=0,arithmetic (a, d, 12)=100], [a,d]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解；「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 solve([arithmetic (a, d, 1)=0,arithmetic (a, d, 12)=100], [a,d]) → ctrl+enter。

(%o2) [[a=0,d=100/11]]

因此，首項 0；公差  $\frac{100}{11}$ 。

(%i3) arithsum (0, 100/11, 12); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (0, 100/11, 12) → ctrl+enter。

(%o3) 600

### P. 27 例 2

★ 等差級數和 =  $\frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2}$

有一等差數列，首項為 2，末項為 37，且其等差級數和為 156，問此等差數列有幾項？公差是多少？

(%i1) solve([(n\*(2+37))/2=156], [n]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(n\*(2+37))/2=156], [n]) → ctrl+enter。(註：套用公式)。

(%o1) [n=8]

(%i2) (37-2)/(8-1); ※直接輸入 39/169 → ctrl+enter。(註：套用公式)。

(%o2) 5

此等差數列有 8 項，且其公差為 5。

### P. 27 隨堂練習

★ 等差級數和 =  $\frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2}$

在 0 和 50 之間插入一些數，構成一個等差數列，若希望這些數（含 0 和 50）的總



和是 400，應插入幾個數？

(%i1) solve([(n\*(0+50))/2=400], [n]); ※「solve([ 變數算式 ],[ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(n\*(0+50))/2=400], [n]) → ctrl+enter。(註：套用公式)。

(%o1) [n=16]

因此，應插入 16 個數。

**P. 28 例 3**

有一等差數列，首項為 5，公差為 4，求前 50 項的和。

先求出末項：

(%i1) load(functions); ※「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) arithsum (5, 4, 50); ※「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (5, 4, 50) → ctrl+enter。

(%o2) 5150

**P. 28 隨堂練習**

有一等差數列，首項為 70，公差為-5，求前 25 項的和。

先求出末項：

(%i1) load(functions); ※「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) arithsum (70, -5, 25); ※「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (70, -5, 25) → ctrl+enter。

(%o2) 250

**P. 30 例 4**

有一等差級數，首項為 2，公差為 6。若已知其級數和為 140，問這個等差級數有幾項？並求其末項。

★  $s = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$

(%i1) load(functions); ※「load ("functions")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/functions.mac

(%i2) solve([arithsum (2, 6, n)=140], [n]); ※「solve([ 變數算式 ],[ 變數 ])」指



令表示求解；「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 solve([arithsum (2, 6, n)=140], [n]) → ctrl+enter。

(%o2) [n=- $\frac{20}{3}$ ,n=7]

負不合，因此 n=7。

★  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

(%i3) arithmetic (2, 6, 7); ※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic (2, 6, 7) → ctrl+enter。

(%o3) 38

此等差數列共有 7 項，且末項為 38。

### P. 30 隨堂練習

有一等差級數，首項為 15，公差為-2，若已知其級數和為 48，問此等差級數共有幾項？並求其末項。答案只有一種可能嗎？

★  $s = na_1 \frac{n(n-1)}{2} d$

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) solve([arithsum (15, -2, n)=48], [n]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解；「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 solve([arithsum (15, -2, n)=48], [n]) → ctrl+enter。

(%o2) [n=12,n=4]

★  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

(%i3) arithmetic (15, -2, 12); ※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic (15, -2, 12) → ctrl+enter。

(%o3) -7

(%i4) arithmetic (15, -2, 4); ※ 「arithmetic (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差數列，輸入 arithmetic (15, -2, 4) → ctrl+enter。

(%o4) 9

此等差數列分別共有 12 與 4 項，且末項分別為-7 與 9。



**P. 31 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

求等差數列 1、3、5、7、9、...前 n 項的和，並求  $a_n$ 。

首項為 1，公差為 2，

所以， $a_n = 1 + (n-1) \times 2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1$ 。

前 n 項和為  $\frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(1 + (2n-1)) = \frac{n}{2} \cdot 2n = n^2$ 。

**P. 31 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

求等差數列 2、4、6、8、10、...前 n 項的和，並求  $a_n$ 。

首項為 2，公差為 2，

所以， $a_n = 2 + (n-1) \times 2 = 2 + 2n - 2 = 2n$ 。

前 n 項和為  $\frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(2 + 2n) = n + n^2$ 。

**P. 32 例 6**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

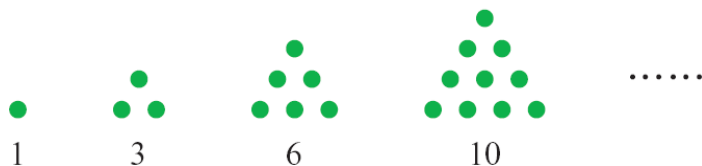


圖 1-11

1. 觀察圖 1-11，寫出三角形數數列的第 5 項。第 5 項為  $1+2+3+4+5=15$ 。

2. 求此數列第 20 項的值。  $1+2+3+4+5+\dots+20$

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) arithsum (1, 1, 20); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (1, 1, 20) → ctrl+enter。

(%o2) 210

3. 求此數列第 n 項的值。



$$a_n = 1+2+3+\dots+n = \frac{n}{2}(1+n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

### P. 34 1-2 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 下列敘述，正確的打「○」，錯誤的打「X」：

(○)(1) 將一等差級數的各項都乘以 3，則新的等差級數和是原來等差級數和的 3 倍。

(X)(2) 將一等差級數的各項都加 3，則新的等差級數和是原來等差級數和加 3。

(○)(3) 如果一等差數列中有兩項是 4、16，則 4 的前一項與 16 的後一項的和等於 20。

(○)(4) 一等差級數首項為 10，末項為-10，則此等差級數和為 0。

(○)(5) 已知三角形的三角和為 180°，若此三角的度數由小到大成一等差數列，則其中必有一角為 60°。

2. 求 12+17+22+27+32+37+42+47+10。

★ 等差級數和 =  $\frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2}$

$$10 + (12+22+32+42) + (17+27+37+47)$$

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) 10+arithsum (12, 10, 4)+arithsum (17, 10, 4); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 10+arithsum (12, 10, 4)+arithsum (17, 10, 4) → ctrl+enter。

(%o2) 246

3. 求 6×3+16×3+26×3+36×3+46×3+56×3。

$$(6+16+26+36+46+56) \times 3$$

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) arithsum (6, 10, 6)\*3; ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (6, 10, 6)\*3 → ctrl+enter。

(%o2) 558

4. 求(37+3)+(35+3)+(33+3)+(31+3)+(29+3)



40+38+36+34+32

(%i1) load(funcs); ※ 「load ("funcs")」指令表示先讀取此 function(函數)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/simplification/funcs.mac

(%i2) arithsum (40, -2, 5); ※ 「arithsum (首項, 公差, 項數)」指令表示求等差級數和，輸入 arithsum (40, -2, 5) → ctrl+enter。

(%o2) 180

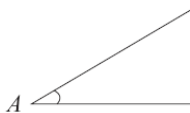
### 第 2 章 幾何圖形的角 2-1 三角形的角

#### P. 37 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

下列各題中的  $\angle A$ ，哪些比平角大？(2)

(1)



(2)



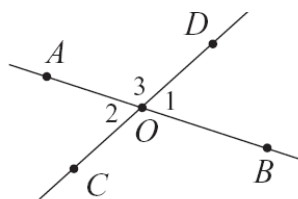
(3)



#### P. 38 例 1

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\overleftrightarrow{AB}$  與  $\overleftrightarrow{CD}$  交於一點  $O$ ，且  $\angle 1=60^\circ$ ，求  $\angle 2$ 。



$$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 3,$$

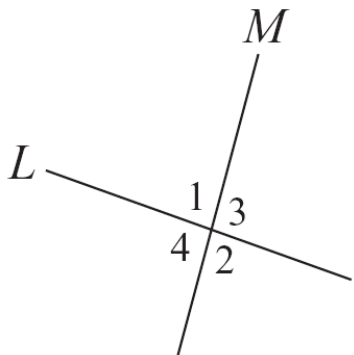
$$\angle 2 = \angle 1 = 60^\circ.$$

#### P. 38 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體



如下圖，直線 L 與 M 相交於一點，已知  $\angle 1=85^\circ$ ，求  $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$  的度數。



$$\begin{aligned} \angle 1 + \angle 4 &= 180^\circ \rightarrow 85^\circ + \angle 4 = 180^\circ, \text{ 因此, } \angle 4 = 95^\circ, \\ \angle 4 + \angle 2 &= 180^\circ \rightarrow 95^\circ + \angle 2 = 180^\circ, \text{ 因此, } \angle 2 = 85^\circ, \\ \angle 2 + \angle 3 &= 180^\circ \rightarrow 85^\circ + \angle 3 = 180^\circ, \text{ 因此, } \angle 3 = 95^\circ. \end{aligned}$$

**P. 39 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若  $\angle A=90^\circ$ ， $\angle B=120^\circ$ ，求  $\angle A$  與  $\angle B$  補角的度數。

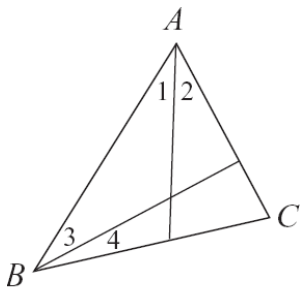
$$\angle A \text{ 補角的度數為 } 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\angle B \text{ 補角的度數為 } 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

**P. 40 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖的  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle 1=30^\circ$ ， $\angle 2=30^\circ$ ， $\angle 3=30^\circ$ ， $\angle ABC=45^\circ$ ，求  $\angle BAC$  和  $\angle 4$ 。



$$\angle BAC = \angle 1 + \angle 2 = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ,$$

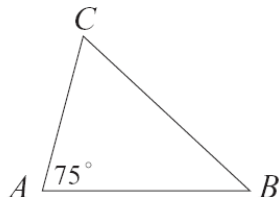
$$\angle 4 = 45^\circ - \angle 3 = 45^\circ - 30^\circ, \text{ 因此, } \angle 4 = 15^\circ.$$



**P. 41 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

在△ABC 中，∠A=75°，求∠A 外角的角度。

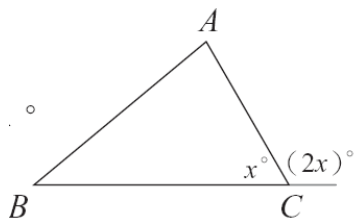


∠A 外角為  $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ 。

**P. 41 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，若∠C=x°，∠C 的外角=(2x)°，求 x 的值。



$x + 2x = 180$

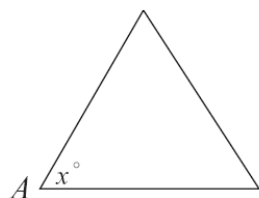
(%i1) solve([x+2\*x=180], [x]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x+2\*x=180], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=60]

**P. 41 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，∠A=x°，∠A 的外角為(3x-60)°，求 x。



$x + (3x - 60) = 180$





(%i1) solve([x+(3\*x-60)=180], [x]);    ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x+(3\*x-60)=180], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=60]

**P. 42 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

假設「三角形的三角和是 180 度」，說明三角形最多只有一個直角。  
 如果一個三角形有兩個直角，那麼這兩個角的和已經是 180 度，由於三角形的每一個角的角度都大於 0，若再加上第三個角，三個角的總和就會起過 180 度。但這是不可能的，因為我們假設三個角的總和是 180 度。這樣就說明了三角形頂多只有一個直角。

**P. 42 隨堂練習**

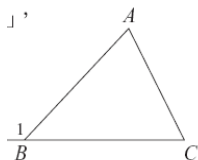
此題無法直接使用 Maxima 軟體

模仿例 3 的做法，說明三角形最多只有一個鈍角。  
 一個鈍角是大於 90 度角，假若有兩個鈍角的話，加起來就會超過 180 度，第三個角也不會成立，所以一個三角形最多只有一個鈍角。

**P. 43 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一△ABC，利用「三角形的內角和是 180 度」，說明  $\angle 1 = \angle A + \angle C$ 。



因為  $\angle 1$  是  $\angle B$  的外角，所以  $\angle 1 + \angle B = 180^\circ$ ，  
 由於三角形內角和為  $180^\circ$ ，得  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，  
 所以， $\angle 1 + \angle B = \angle A + \angle B + \angle C$ ，  
 因此， $\angle 1 = \angle A + \angle C$ 。

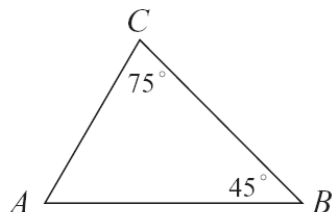
**P. 43 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



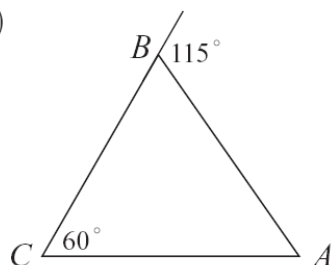
求下列各題中  $\angle A$  的外角：

(1)



$$\angle A \text{ 外角} = \angle C + \angle B = 75^\circ + 45^\circ = 120^\circ$$

(2)

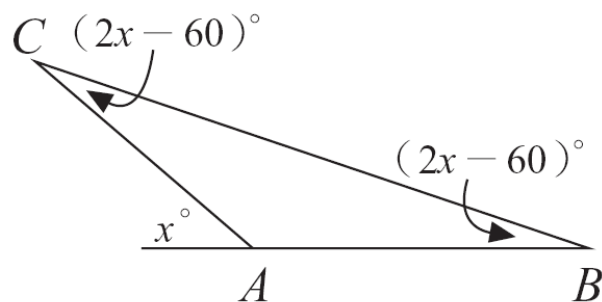


$$\angle A \text{ 外角} = \angle C + \angle B = 60^\circ + (180^\circ - 115^\circ) = 125^\circ$$

**P. 44 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  中  $\angle A$  的外角為  $x^\circ$ ， $\angle B = \angle C = (2x - 60)^\circ$ ，求  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 。



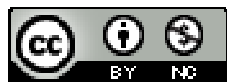
$$x = (2x - 60) + (2x - 60)$$

```
(%i1) solve([x=(2*x-60)+(2*x-60)], [x]);
```

※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入  
`solve([x=(2*x-60)+(2*x-60)], [x])` → `ctrl+enter`。

```
(%o1) [x=40]
```

$$\angle A = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$



$$\angle B = \angle C = (2 \times 40 - 60)^\circ = 20^\circ$$

**P. 44 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 的外角是 $147^\circ$ ， $\angle B$ 是 $\angle C$ 的兩倍，求 $\angle B$ 、 $\angle C$ 。

$$\angle A = 2\angle B + \angle C \rightarrow 147^\circ = 2\angle B + \angle C,$$

$147^\circ \div 3 = 49^\circ$ ，因此， $\angle B = 49^\circ \times 2 = 98^\circ$ ； $\angle C = 49^\circ$ 。

**P. 44 例 6**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$ 為一直角三角形， $\angle A$ 為直角，說明 $\angle B + \angle C = 90^\circ$ 。

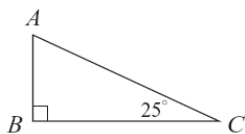
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，已知 $\angle A = 90^\circ$ ，因此， $\angle B + \angle C = 90^\circ$ 。

**P. 45 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

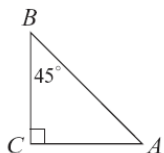
求下列各題中的 $\angle A$ ：

(1)



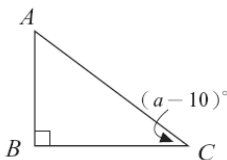
$$\angle A = 90^\circ + 25^\circ = 65^\circ$$

(2)



$$\angle A = 90^\circ + 45^\circ = 45^\circ$$

(3)



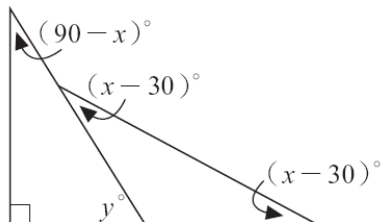
$$\angle A = 90^\circ + (a-10)^\circ = 90^\circ + a - 10^\circ = 80^\circ + a$$

**P. 45 例 7**



**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

根據右圖所示各角的角度，求  $x$ 、 $y$  的值。



$$(90-x)+y=90 \rightarrow 90-x+y=90 \rightarrow y=x,$$

$$y=(x-30)+(x-30) \rightarrow y=2x-60,$$

$$\begin{cases} y = x \\ y = 2x - 60 \end{cases}$$

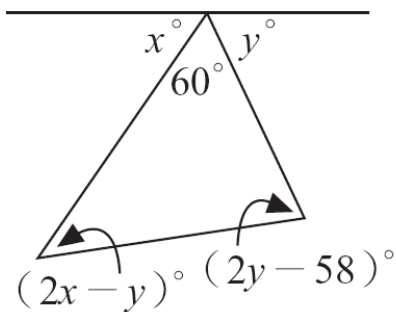
(%i1) solve([y=x,y=x\*2-60], [x,y]);    ※ 「solve([ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([y=x,y=x\*2-60], [x,y]) → ctrl+enter。

(%o1) [[x=60,y=60]]

**P. 45 隨堂練習**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

如下圖，求  $x$ 、 $y$  的值。



$$x+y+60=180 \rightarrow x+y=120,$$

$$(2x-y)+(2y-58)+60=180 \rightarrow 2x-y+2y-58+60=180 \rightarrow 2x+y=178,$$

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 2x + y = 178 \end{cases}$$

(%i1) solve([x+y=120,2\*x+y=178], [x,y]);    ※ 「solve([ 變數算式,變數算式 ], [ 變



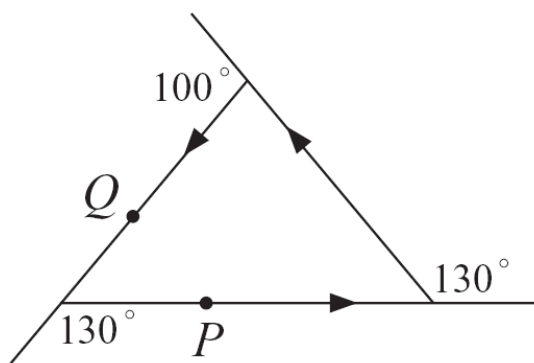
數,變數 ])」指令表示求解，輸入  
solve([x+y=120,2\*x+y=178], [x,y])  
→ ctrl+enter。

(%o1) [[x=58,y=62]]

**P. 48 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，若美華從 P 沿著箭頭方向走到 Q，問美華總共轉了幾度？

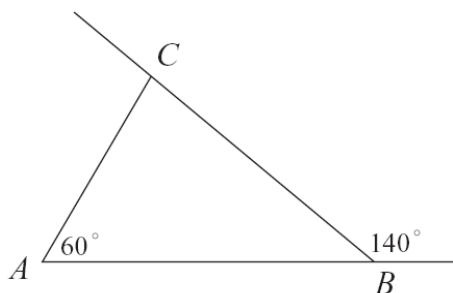


$$(180^\circ - 130^\circ) + (180^\circ - 100^\circ) = 50^\circ + 80^\circ = 130^\circ$$

**P. 48 例 8**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，求  $\angle C$  的外角。



$$\angle B = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

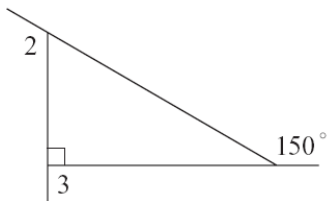
$$\angle C \text{ 的外角} = \angle A + \angle B = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$$

**P. 48 隨堂練習**



此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，求  $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 。



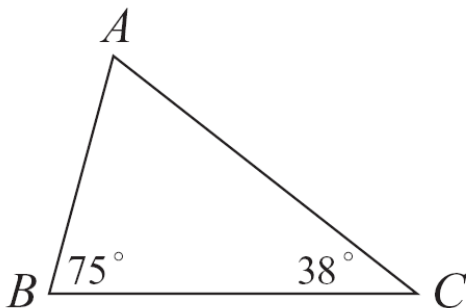
$$\angle 3 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\angle 2 = 90^\circ + (180^\circ - 150^\circ) = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ.$$

**P. 49 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，求  $\angle A$ 。



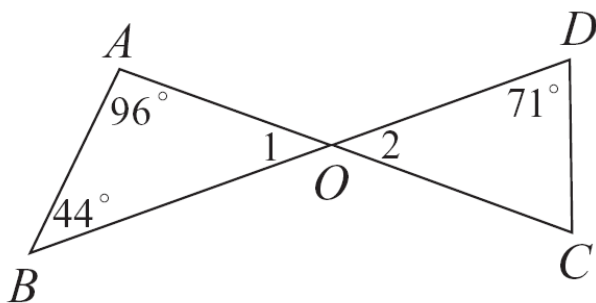
$$\angle A = 180^\circ - 75^\circ - 38^\circ = 67^\circ.$$

**P. 50 例 9**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  相交於 O 點，求  $\angle C$ 。





$$\angle 1 = 180^\circ - 96^\circ - 44^\circ = 40^\circ,$$

$$\angle 2 = \angle 1 = 40^\circ,$$

$$\angle C = 180^\circ - 71^\circ - 40^\circ = 69^\circ.$$

**P. 50 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

例 9 的  $\angle C$  也可以利用外角性質來算。請在下列空格中填入答案或適當的理由。

$$\angle 3 = \angle A + \angle B (96^\circ + 44^\circ) = 140^\circ,$$

在  $\triangle OCD$  中， $\angle 3$  是  $\angle 2$  的外角，所以  $\angle C = \angle 3 - \angle D (140^\circ - 71^\circ) = 69^\circ$ 。

**P. 51 例 10**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如果  $\triangle ABC$  三內角的連比為  $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ ，這個三角形是銳角、直角還是鈍角三角形？

$$\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4,$$

$$\angle A = 2r; \angle B = 3r; \angle C = 4r,$$

$$2r + 3r + 4r = 180$$

(%i1) solve([2\*r+3\*r+4\*r=180], [r]);    \* 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([2\*r+3\*r+4\*r=180], [r])  
→ ctrl+enter。

(%o1) [r=20]

所以，這三個角分別為  $40^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $80^\circ$ ，因此  $\triangle ABC$  是一個銳角三角形。

**P. 51 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



已知 $\triangle ABC$  三內角的連比為 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 4 : 3$ ，請問 $\triangle ABC$  是銳角、直角還是鈍角三角形？

$$\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 4 : 3,$$

$$\angle A = r; \angle B = 4r; \angle C = 3r,$$

$$r + 4r + 3r = 180$$

(%i1) solve([r+4\*r+3\*r=180], [r]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([r+4\*r+3\*r=180], [r]) → ctrl+enter。

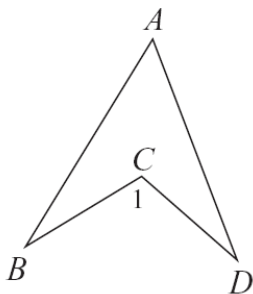
$$(%o1) [r = \frac{45}{2} = 22.5]$$

所以，這三個角分別為  $22.5^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $67.5^\circ$ ，因此 $\triangle ABC$  是一個直角三角形。

**P. 52 例 11**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，試說明  $\angle 1 = \angle A + \angle B + \angle D$ 。



由於我們只知道三角形內角和為  $180^\circ$ ，因此可以試著畫一條輔助線把四邊形 ABCD 切割成兩個三角形，如此可幫忙我們分析各角的關係。

如下圖作  $\overline{BC}$  的延長線交  $\overline{AD}$  於 E，

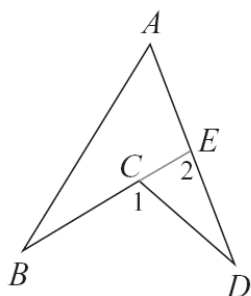
$$\angle 2 = \angle A + \angle B,$$

$$\angle 1 = \angle 2 + \angle D,$$

$$\angle 1 = \angle A + \angle B + \angle D.$$



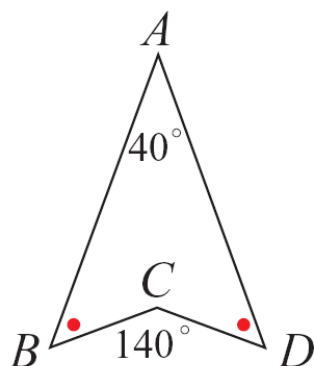




**P. 52 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\angle B = \angle D$ ，求  $\angle B$ 。



$$140^\circ = 40^\circ + 2x$$

(%i1) solve([140=40+2\*x], [x]);

※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )」指令表示求解，輸入 solve([140=40+2\*x], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=50]

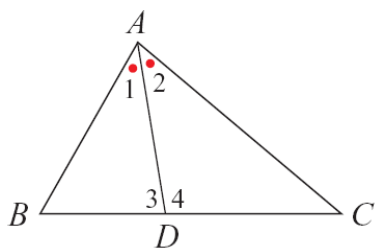
因此， $\angle B = 50^\circ$ 。

**P. 53 例 12**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一  $\triangle ABC$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求  $\angle 3$  和  $\angle 4$ 。



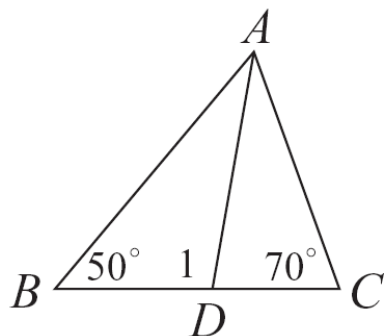


$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$  ,  
 $\angle A = \angle 1 + \angle 2$  , 所以 ,  $\angle 1$  和  $\angle 2$  分別為  $80^\circ \div 2 = 40^\circ$  ,  
 $\angle 3 = 180^\circ - \angle B - \angle 1 = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$  ,  
 $\angle 4 = 180^\circ - \angle C - \angle 2 = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$  .

**P. 53 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一 $\triangle ABC$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ， $\angle 1 = 100^\circ$ ，請問 $\overline{AD}$ 是不是 $\angle A$ 的角平分線？



$\angle BAD = 180^\circ - \angle B - \angle 1 = 180^\circ - 50^\circ - 100^\circ = 30^\circ$  ,  
 $\angle CDA = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$  ,  
 $\angle CAD = 180^\circ - \angle C - \angle CDA = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ = 30^\circ$  ,

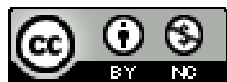
因此， $\overline{AD}$ 是 $\angle A$ 的角平分線。

**P. 55 2-1 自我評量**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 求下列各角餘角的度數：

(1)  $\angle A = 30^\circ$



∠A 的餘角為  $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。

(2)  $\angle B = 50^\circ$

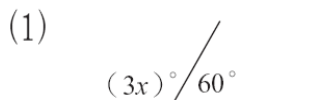
∠B 的餘角為  $180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ 。

(3)  $\angle C = 70^\circ$

∠C 的餘角為  $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ 。

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

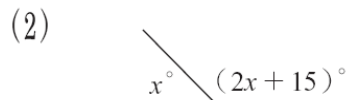
2. 求下列各圖形中 x 的值：



$$3x = 180^\circ - 60^\circ$$

(%i1) solve([3\*x=180-60], [x]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([3\*x=180-60],[x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=40]



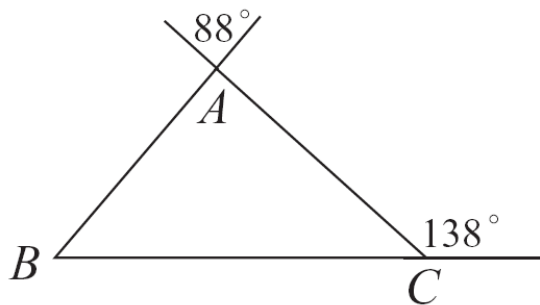
$$x^\circ = 180^\circ - (2x + 15)^\circ$$

(%i1) solve([x=180-(2\*x+15)], [x]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([x=180-(2\*x+15)], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=55]

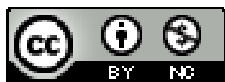
**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

3. 如下圖，求 ∠B。



$$\angle A = 88^\circ, \angle C = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ,$$

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 88^\circ - 42^\circ = 50^\circ.$$

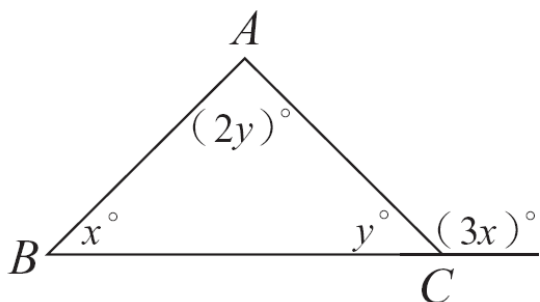


此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = \angle B$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，求  $\angle A$ 。  
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \rightarrow \angle A + \angle B + 40^\circ = 180^\circ \rightarrow \angle A + \angle B = 140^\circ$ ，  
而  $\angle A = \angle B$ ，因此， $\angle A = 140^\circ \div 2 = 70^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5. 如下圖，求  $x$ 、 $y$  的值。



$x + 2y + y = 180 \rightarrow x + 3y = 180$ ，

$y + 3x = 180$ ，

$$\begin{cases} x + 3y = 180 \\ y + 3x = 180 \end{cases}$$

(%i1) solve([x+3\*y=180,y+3\*x=180], [x,y]);    ※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ] )」指令表示求解，輸入  
solve([x+3\*y=180,y+3\*x=180], [x,y])  $\rightarrow$  ctrl+enter。

(%o1) [[x=45,y=45]]

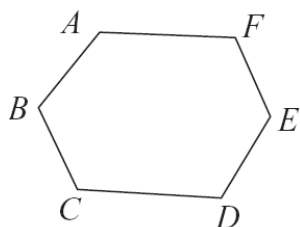
## 第 2 章 幾何圖形的角 2-2 多邊形的內角與外角

### P. 57 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一六邊形 ABCDEF，請問以 A 為端點的對角線有多少條？這些對角線把此六邊形切割成幾個三角形？



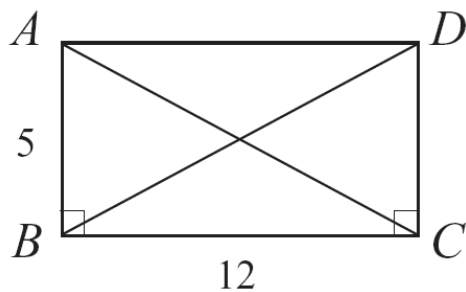


3 條，4 個三角形。

**P. 57 例 1**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一矩形的長、寬分別為 12、5，求此矩形的兩對角線長。



$$\overline{AC}^2 = 5^2 + 12^2$$

(%i1) solve([c^2=5^2+12^2], [c]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=5^2+12^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-13,c=13]

負不符所求，因此， $\overline{AC} = \overline{BD} = 13$ 。

**P. 58 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一矩形的長為 24，對角線長為 25，求此矩形的寬。

$$25^2 = \text{寬}^2 + 24^2$$

(%i1) solve([25^2=x^2+24^2], [x]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([25^2=x^2+24^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-7,x=7]



負不符所求，因此，寬為 7。

**P. 59 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

(1)若某四邊形的每個外角皆相等，求此四邊形的任一外角。

由於四邊形一組外角和為  $360^\circ$ ，且每個外角皆相等，所以每個外角= $360^\circ \div 4=90^\circ$ 。

(2)若某五邊形的每個外角皆相等，求此五邊形的任一內角。

由於五邊形一組外角和為  $360^\circ$ ，且每個外角皆相等，所以，每個外角= $360^\circ \div 5=72^\circ$ ，因此，每個內角= $180^\circ-72^\circ=108^\circ$ 。

**P. 60 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

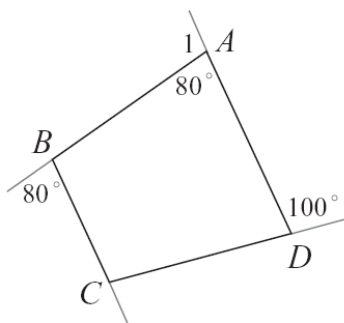
若某六邊形的每個外角皆相等，求此六邊形的任一內角。

由於六邊形一組外角和為  $360^\circ$ ，且每個外角皆相等，所以，每個外角= $360^\circ \div 6=60^\circ$ ，因此，每個內角= $180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 。

**P. 60 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，求  $\angle C$  的外角。



$\angle 1$  是  $\angle A$  的外角，所以， $\angle 1=180^\circ-80^\circ=100^\circ$ ，

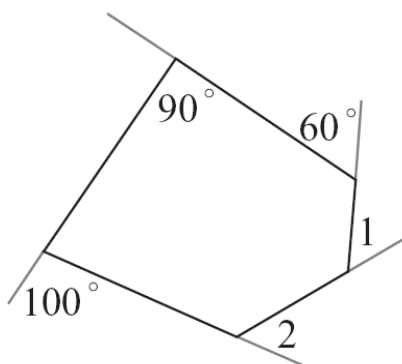
$\angle C$  的外角= $360^\circ-100^\circ-100^\circ-80^\circ=80^\circ$ 。

**P. 60 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\angle 1=\angle 2$ ，求  $\angle 1$ 。





$90^\circ$ 的外角為  $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ，  
 $360^\circ = 100^\circ + 90^\circ + 60^\circ + \angle 1 + \angle 2 \rightarrow \angle 1 + \angle 2 = 110^\circ$ ，  
因為， $\angle 1 = \angle 2$ ，所以， $\angle 1 = 110^\circ \div 2 = 55^\circ$ 。

#### P. 61 例 4

此題無法直接使用 Maxima 軟體

說明四邊形 ABCD 的內角和為  $360^\circ$ 。  
因為四邊形的每一內角與其外角構成一平角，所以四邊形的內角和與一組外角和加起來有 4 個平角，即內角和+一組外角和= $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ ，  
但因為一組外角和為  $360^\circ$ ，所以，內角和= $720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$ 。

#### P. 61 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知四邊形中的三內角，求  $\angle A$ 。



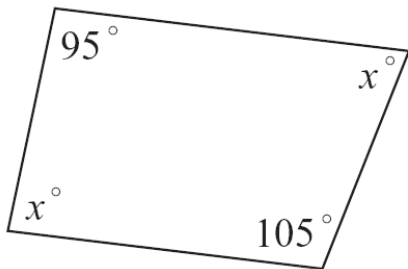
$\angle A = 360^\circ - 30^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 120^\circ$ 。  
(%i1) 360-30-90-120; ※直接輸入 360-30-90-120 → ctrl+enter。  
(%o1) 120

#### P. 61 例 5



此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知四邊形中的兩內角，求 x 的值。



$$360^\circ = 95^\circ + 105^\circ + x^\circ + x^\circ$$

```
(%i1) solve([360=95+105+x+x], [x]);
```

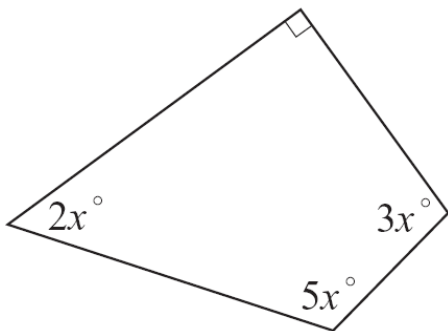
※「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([360=95+105+x+x], [x]) → ctrl+enter。

```
(%o1) [x=80]
```

### P. 61 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，求 x 的值。



$$360^\circ = 2x^\circ + 5x^\circ + 3x^\circ + 90^\circ$$

```
(%i1) solve([360=2*x+5*x+3*x+90], [x]);
```

※「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([360=2\*x+5\*x+3\*x+90], [x]) → ctrl+enter。

```
(%o1) [x=27]
```

### P. 62 例 6





**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

1. 求五邊形的內角和。

★ $n$  邊形內角和為  $180 \times (n-2)$  度。

由內角和公式，得五邊形內角和  $= 180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ 。

2. 已知一多邊形的內角和為  $1800^\circ$ ，求此多邊形的邊數。

★ $n$  邊形內角和為  $180 \times (n-2)$  度。

令此多邊形的邊數為  $n$ ，則由內角和公式得  $180 \times (n-2) = 1800$

(%i1) solve([180\*(n-2)=1800], [n]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([180\*(n-2)=1800], [n])  
→ ctrl+enter。

(%o1) [n=12]

**P. 62 隨堂練習**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

1. 求九邊形的內角和。

★ $n$  邊形內角和為  $180 \times (n-2)$  度。

由內角和公式，得九邊形內角和  $= 180^\circ \times (9-2) = 1260^\circ$ 。

2. 若一  $n$  邊形的內角和為  $1980^\circ$ ，求  $n$ 。

★ $n$  邊形內角和為  $180 \times (n-2)$  度。

令此多邊形的邊數為  $n$ ，則由內角和公式得  $180 \times (n-2) = 1980$

(%i1) solve([180\*(n-2)=1980], [n]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([180\*(n-2)=1980], [n])  
→ ctrl+enter。

(%o1) [n=13]

**P. 63 例 7**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

1. 若一多邊形每一個內角為其外角的 2 倍，求此多邊形的邊數。

令此多邊形的邊數為  $n$ ，由於任一內角等於其外角的 2 倍，所以內角和是其外角和的 2 倍。由於外角和為  $360^\circ$ ，所以，內角和為  $360^\circ \times 2 = 720^\circ$ ，

因此， $180 \times (n-2) = 720$

(%i1) solve([180\*(n-2)=720], [n]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([180\*(n-2)=720], [n]) →



ctrl+enter。

(%o1) [n=6]

2.一五邊形的 5 個內角度數成一等差數列，若最小角為  $50^\circ$ ，求最大角。

已知此等差數列為 5 項，即  $a_1=50^\circ$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$ 、 $a_5$ ，

因為，此數列的和為  $5 \cdot a_3$ ，所以， $5 \cdot a_3=180^\circ \times (5-2)=540^\circ$ ，解得  $a_3=108^\circ$ ，

由於  $a_1 + a_5 = 2 \cdot a_3 = 108^\circ \times 2$ ，所以， $a_5 = 216^\circ - 50^\circ = 166^\circ$ 。

### P. 63 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若一個  $n$  邊形內角和為外角和的 3 倍，求  $n$ 。

令此多邊形的邊數為  $n$ ，由於任一內角等於其外角的 3 倍，所以內角和是其外角和的 3 倍。由於外角和為  $360^\circ$ ，所以，內角和為  $360^\circ \times 3 = 1080^\circ$ ，

因此， $180 \times (n-2) = 1080$

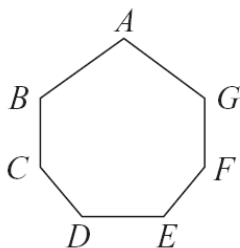
(%i1) solve([180\*(n-2)=1080], [n]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([180\*(n-2)=1080], [n])  
→ ctrl+enter。

(%o1) [n=8]

### P. 64 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

以七邊形的某一頂點為端點的所有對角線會將此七邊形分割成幾個三角形？利用這個分割，七邊形的內角和是多少？和前面所得的結果一樣嗎？



可分成 5 個三角形。

七邊形內角和為  $180^\circ \times 5 = 900^\circ$ ，公式解為  $180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$ ，因此，結果是一樣的。

### P. 65 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體



利用  $n$  邊形內角和的公式，重新說明正  $n$  邊形每個內角為  $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ 。

$n$  邊形內角和  $= 180 \times (n - 2)$ ，因此一個內角為  $\frac{180 \times (n - 2)}{n} = \frac{180n - 360}{n} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$

**P. 66 例 8**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

正十二邊形的一個外角與一個內角各為多少度？

正十二邊形的一個外角為  $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ ，

因此，正十二邊形的一個內角為  $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。

**P. 66 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若正  $m$  邊形的一個內角為  $144^\circ$ ，求  $m$ 。

$$180^\circ - \frac{360^\circ}{m} = 144^\circ \rightarrow \frac{360^\circ}{m} = 36^\circ$$

(%i1) solve([360/m=36], [m]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([360/m=36], [m]) → ctrl+enter。

(%o1) [m=10]

**P. 66 例 9**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若一正多邊形外角小於  $17^\circ$ ，求此多邊形的邊數至少是多少？

因為，正  $n$  邊形的一個外角等於  $(\frac{360}{n})^\circ$ ，

所以， $\frac{360}{n} < 17$ ，兩側同乘以  $\frac{n}{17}$ ，得  $n > \frac{360}{17} = 21 \frac{3}{17}$ 。

但是，因為  $n$  是整數，所以  $n$  至少是 22。

**P. 66 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



若一正多邊形的內角小於  $140^\circ$ ，求它可能的邊數。

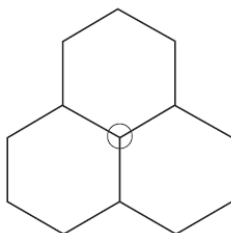
$$\frac{180 \times (n - 2)}{n} < 140, n < 9, n > 2, n \text{ 可能的數為 } 3、4、5、6、7、8。$$

**P. 67 例 10**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

試問正六邊形地磚，可以鋪滿地面而不會造成空隙嗎？

由右圖可知，若要不造成空隙， $360^\circ$  必須恰為正多邊形內角度數的整數倍。因為正六邊形的內角為  $120^\circ$ ，而 120 可以整除 360，所以，正六邊形可以鋪滿地面而不會造成空隙。



**P. 67 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

試問正五邊形可以鋪滿地面而不會造成空隙嗎？換成正八邊形呢？

正五邊形的內角為 108，108 不能整除 360，所以會造成空隙。

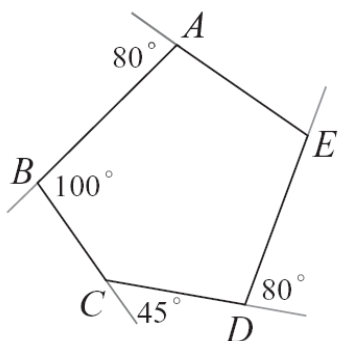
正八邊形的內角為 135 亦不能整除 360，所以也會造成空隙。

**P. 69 2-2 自我評量**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 如下圖，有一五邊形 ABCDE，求：





(1)  $\angle B$  的外角、 $\angle E$  的外角。

$\angle B$  的外角為  $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ ，

$\angle E$  的外角為  $360^\circ - 80^\circ - 80^\circ - 45^\circ - 80^\circ = 75^\circ$ 。

(%i1) 360-80-80-45-80;    ※直接輸入 360-80-80-45-80 → ctrl+enter。

(%o1) 75

(2)  $\angle C$ 、 $\angle E$ 。

$\angle C = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ ，

$\angle E = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

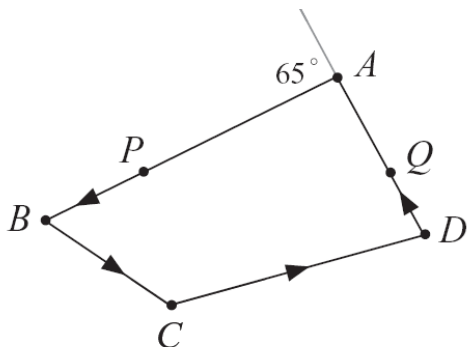
2. 求十邊形的一組外角和及內角和。

十邊形的一組外角和為  $360^\circ$ ，

內角和為  $180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 如下圖，爺爺繞四邊形的公園散步，他由 P 點出發，經 B、C、D 三點後到達 Q 點，他一共轉了多少度？



四邊形內角和為  $180^\circ \times (4-2) = 360^\circ$ ，



$360^\circ - (180^\circ - 65^\circ) = 245^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.若  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$  為一個四邊形的一組外角，其中  $\angle 3=50^\circ$ ， $\angle 4=150^\circ$ ，而且  $\angle 1=3\angle 2$ （即  $\angle 2$  的 3 倍），求  $\angle 1$ 。

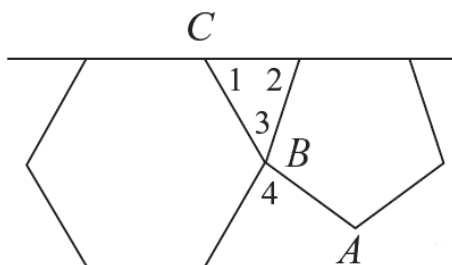
四邊形的一組外角和為  $360^\circ$ ，

$360^\circ = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 \rightarrow 360^\circ = \angle 1 + \angle 2 + 50^\circ + 150^\circ \rightarrow \angle 1 + \angle 2 = 160^\circ$ ，

$160^\circ \div 4 = 40^\circ$ ，因此， $\angle 1 = 3 \times 40^\circ = 120^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5.右圖為一正五邊形與一正六邊形拼排後的圖形：



(1)求  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。

正六邊形內角和為  $180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$ ， $\angle 1 = 180^\circ - (720^\circ \div 6) = 60^\circ$ ，

正五邊形內角和為  $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ ， $\angle 2 = 180^\circ - (540^\circ \div 5) = 72^\circ$ ，

$\angle 3 = 180^\circ - 60^\circ - 72^\circ = 48^\circ$ ，

$\angle 4 = 360^\circ - 120^\circ - 108^\circ - 48^\circ = 84^\circ$ 。

(%i1) 360-120-108-48; ※直接輸入 360-120-108-48 → ctrl+enter。

(%o1) 84

(2)A、B、C 在同一條直線上嗎？為什麼？

$\angle 3 + \angle B = 48 + 108 = 156$ ，不為一個平角( $180^\circ$ )，所以 A、B、C 不在一條直線上。

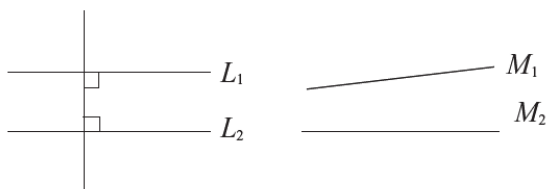
## 第 2 章 幾何圖形的角 2-3 平行與垂直

### P. 71 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

依據右圖回答下列問題：





(1)  $L_1$ 、 $L_2$  會不會相交？為什麼？

會相交，因為它們平行。

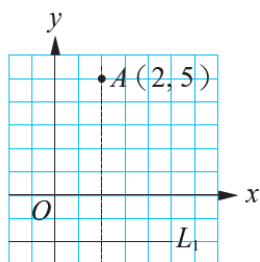
(2)  $M_1$ 、 $M_2$  是否平行？為什麼？

不會相交，因為它們不平行。

**P. 73 例 1**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

設直線  $L_1$  的方程式是  $y=-2$ ，求  $A(2,5)$  到  $L_1$  的距離。

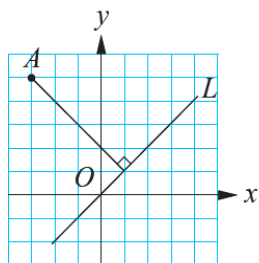


$A(2,5)$  到  $L_1$  的距離為  $5-(-2)=7$ 。

**P. 73 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，坐標平面上的一點  $A$  在  $L$  的垂直是  $(1,1)$ ，求  $A$  到  $L$  的距離。



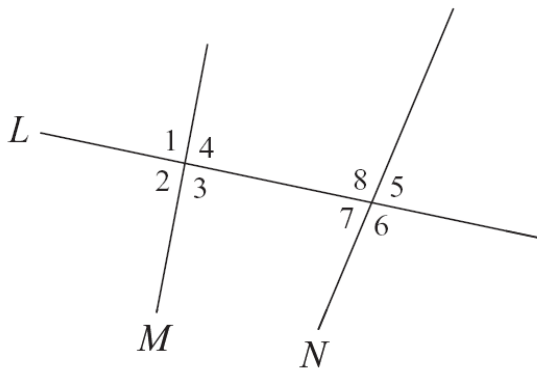
$A(-4,5)$  到  $(1,1)$  的距離為  $\sqrt{(-4-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{41}$ 。



**P. 75 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

右圖中，L 是 M、N 的截線，回答下列的問題：

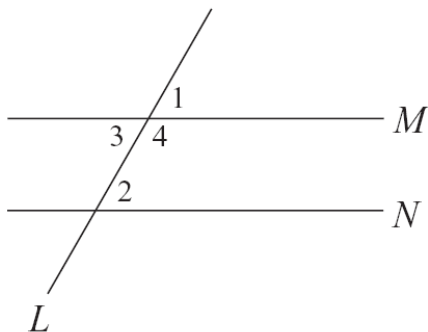


- (1)  $\angle 2$  的同位角是  $\angle 7$ 。
- (2)  $\angle 6$  的同位角是  $\angle 3$ 。
- (3)  $\angle 3$  的內錯角是  $\angle 8$ 。
- (4)  $\angle 7$  的內錯角是  $\angle 4$ 。
- (5)  $\angle 4$  的同側內角是  $\angle 8$ 。
- (6)  $\angle 7$  的同側內角是  $\angle 3$ 。

**P. 75 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

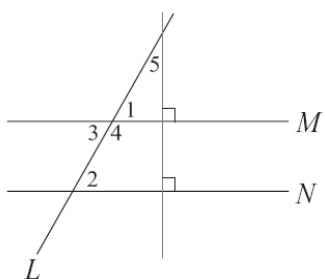
如下圖， $M \parallel N$ ，L 是 M、N 的截線，其中  $\angle 2$  和  $\angle 1$  是同位角， $\angle 2$  和  $\angle 3$  是內錯角，而  $\angle 2$  和  $\angle 4$  是同側內角，試說明  $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 2$ ， $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ 。



因為  $M \parallel N$ ，所以可作一直線同時垂直於直線 M、N。如下圖，可知





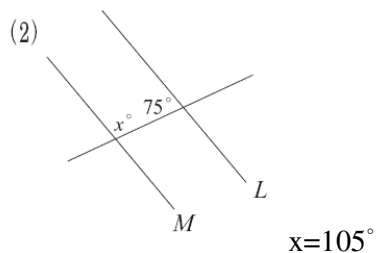
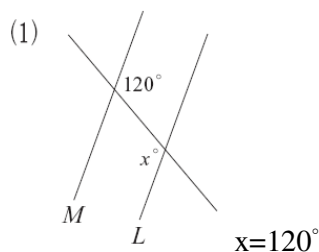


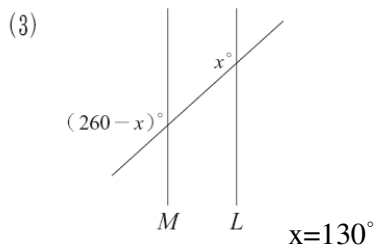
$\angle 1 + \angle 5 = 90^\circ$  ,  $\angle 2 + \angle 5 = 90^\circ$  ,  
 所以  $\angle 1 + \angle 5 = \angle 2 + \angle 5$  ,  
 得  $\angle 1 = \angle 2$  ,  
 又因為  $\angle 1 = \angle 3$  ,  
 所以  $\angle 2 = \angle 3$  ,  
 又由於  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$  ,  
 可得  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$  ,  
 因此  $\angle 1 = \angle 2$  ,  $\angle 3 = \angle 2$  ,  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$  。

**P. 76 隨堂練習**

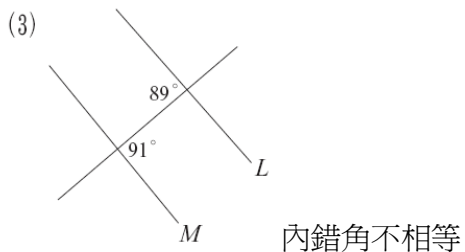
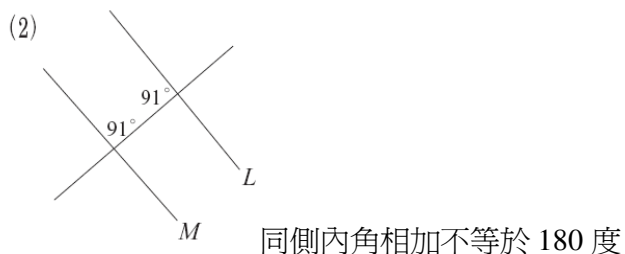
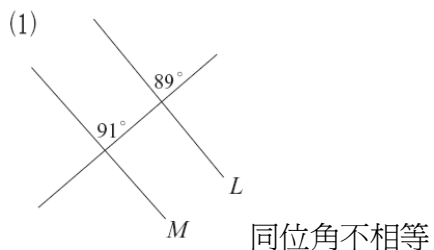
此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 下列各圖中的 L 與 M 均互相平行，試分別求出 x 的值。





2. 下列各圖中，哪些圖形裡的直線 L 與 M 確定不平行？若不平行，請說明理由。

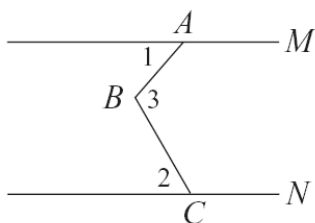


**P. 77 例 3**

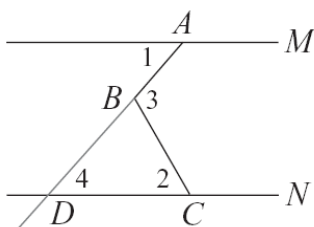
此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $M \parallel N$ ， $\angle 1=50^\circ$ ， $\angle 2=60^\circ$ ，求  $\angle 3$  的度數。





延長  $\overline{AB}$  交直線  $N$  於  $D$ ，如下圖。



由於  $M \parallel N$

所以  $\angle 4 = \angle 1$

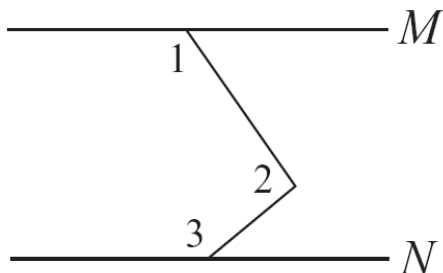
又  $\angle 3 = \angle 4 + \angle 2$

所以  $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2 = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$ 。

**P. 77 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $M \parallel N$ ：



(1) 如果  $\angle 1 = 125^\circ$ ， $\angle 3 = 140^\circ$ ，求  $\angle 2$ 。

$$\angle 2 = 360 - 125 - 140 = 95^\circ$$

(2) 說明  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$  恆為  $360^\circ$ 。

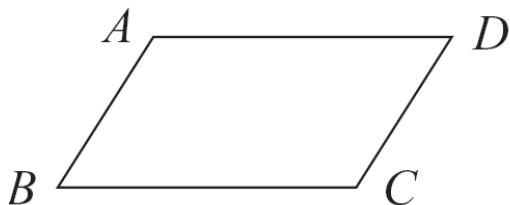
可於  $MN$  之間加上一條垂直的線，如此會和  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$  形成一五邊形，五邊形的內角和為  $540$ ，因此扣掉兩個  $90^\circ$  之後， $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$  恆為  $360^\circ$ 。



**P. 78 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知四邊形 ABCD 為平行四邊形，說明  $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ， $\angle A = \angle C$ 。



由於四邊形 ABCD 為平行四邊形，所以  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。

因為  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

所以  $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 。

因為  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

所以  $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 。

因此  $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C$

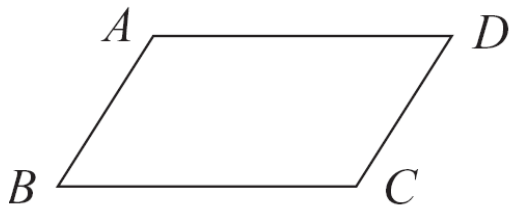
同減  $\angle B$  得  $\angle A = \angle C$ 。

**P. 79 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

ABCD 為一平行四邊形，已知  $\angle A = 80^\circ$ ，求  $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 。

ABCD 平行四邊形如下圖所示：



$\angle A + \angle B = 180^\circ \rightarrow 80^\circ + \angle B = 180^\circ$ ，因此， $\angle B = 100^\circ$ ，

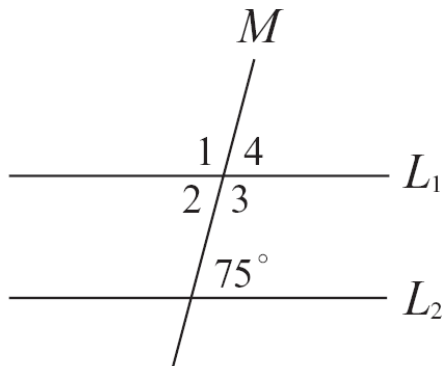
$\angle A = \angle C = 80^\circ$ ， $\angle D = \angle B = 100^\circ$ 。

**P. 80 2-3 自我評量**



此題無法直接使用 Maxima 軟體

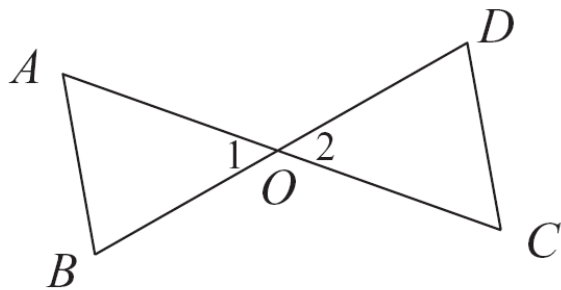
1. 如下圖， $L_1 // L_2$ ， $M$  為  $L_1$ 、 $L_2$  的截線，求  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。



$$\begin{aligned} \angle 3 &= 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ ; \\ \angle 2 &= 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ ; \\ \angle 1 &= 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ ; \\ \angle 4 &= 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ . \end{aligned}$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 如下圖， $\overline{AB} // \overline{DC}$ ， $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  交於  $O$  點，若  $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，求  $\angle C$ 、 $\angle D$ 、 $\angle 2$ 。

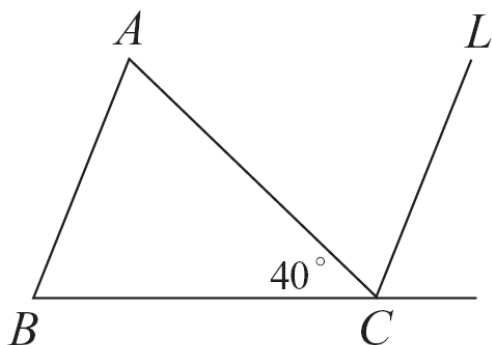


由於  $\overline{AB} // \overline{DC}$ ，因此， $\angle A = \angle C = 60^\circ$ ； $\angle 1 = \angle 2 = 50^\circ$ ； $\angle B = \angle D = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 如下圖， $L$  是  $\triangle ABC$  中  $\angle C$  外角的角平分線，已知  $L // \overline{AB}$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，求  $\angle A$ 、 $\angle B$ 。





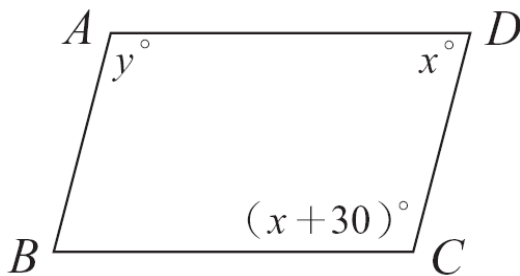
$\angle C$  外角平分線 $= (180-40) \div 2 = 70$ ，

而  $L \parallel \overline{AB}$ ，所以， $\angle A = \angle BCL = 40 + 70 = 110$ ，

$360 = \angle A + \angle B + \angle BCL + \angle CLA \rightarrow 360 = 110 + \angle B + 110 + \angle CLA \rightarrow \angle B + \angle CLA = 140$ ，  
而  $\angle B = \angle CLA$ ，因此， $\angle B = 140 \div 2 = 70$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4. 如下圖，ABCD 為平行四邊形，求  $x$ 、 $y$ 。



$$\begin{cases} y = (x + 30) \\ y + x + (x + 30) + x = 360 \end{cases}$$

(%i1) solve([y=x+30,y+x+x+30+x=360], [x,y]);

※「solve([ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解，輸入  
solve([y=x+30,y+x+x+30+x=360], [x,y])  $\rightarrow$  ctrl+enter。

(%o1) [[x=75,y=105]]

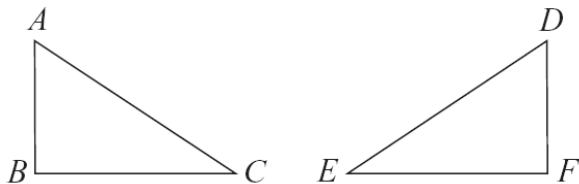
### 第 3 章 三角形的基本性質 3-1 全等的概念

#### P. 83 隨堂練習



此題無法直接使用 Maxima 軟體

已知右圖的兩個三角形全等，依你的觀索在空格中填入適當的答案。



B 的對應點是 F， $\overline{AC}$  的對應邊是  $\overline{DE}$ 。

**P. 83 例 1**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

已知  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，並且 A、B、C 的對應點分別是 D、E、F，若  $\angle A = 52^\circ$ ， $\angle B = 78^\circ$ ，求  $\angle D$ 、 $\angle E$ 、 $\angle F$ 。

因為 A 的對應點是 D，所以， $\angle D = \angle A = 52^\circ$ ，

因為 B 的對應點是 E，所以， $\angle E = \angle B = 78^\circ$ ，

由三角形內角和是  $180^\circ$ ，得  $\angle F = 180^\circ - 52^\circ - 78^\circ = 50^\circ$ 。

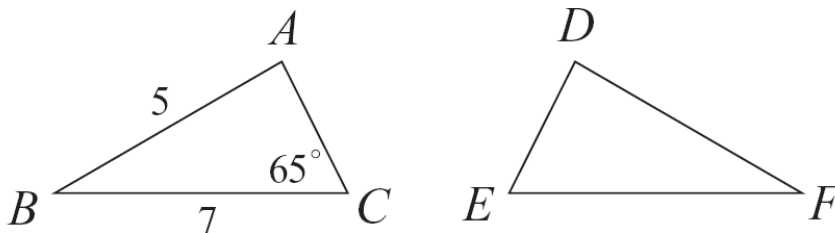
(%i1) 180-52-78; ※直接輸入 180-52-78 → ctrl+enter。

(%o1) 50

**P. 84 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

右圖中  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中 A、B、C 的對應點是 D、F、E。求  $\overline{DF}$  及  $\angle E$ 。



因為  $\overline{AB}$  的對應邊是  $\overline{DF}$ ，所以， $\overline{DF} = \overline{AB} = 5$ ，

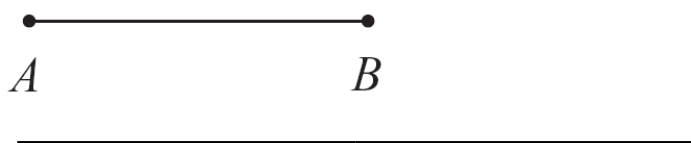
因為 C 的對應點是 E，所以， $\angle E = \angle C = 65^\circ$ 。



P. 85 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

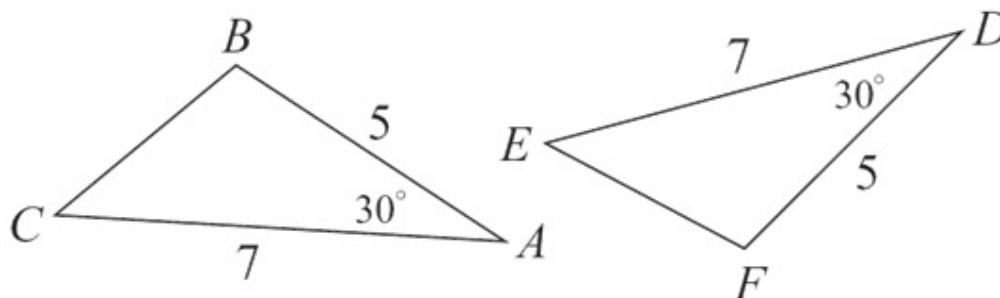
在下面的線上做一條長度為  $\overline{AB}$  兩倍長的線段。



P. 87 例 2

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，根據這兩個三角形的邊角條件，判斷它們是否全等。

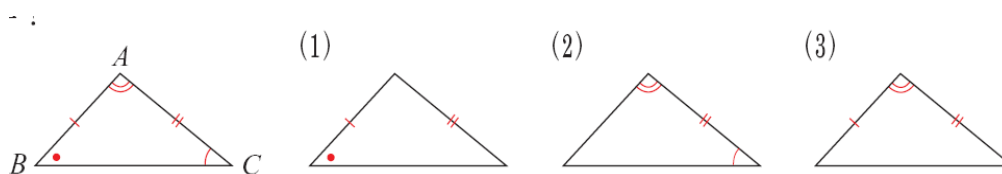


在 $\triangle ABC$  與 $\triangle DEF$  中，因為， $\overline{AB} = \overline{DF} = 5$ ， $\angle A = \angle D = 30^\circ$ ， $\overline{AC} = \overline{DE} = 7$ ，  
 因此，由 SAS 全等性質可知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

P. 87 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

下列的圖形中，等長的線段與相同的角度都以相同的符號標示。若只利用 SAS 全等性質，試判斷(1)、(2)、(3)三個三角形中，哪一個與 $\triangle ABC$  全等？(3)

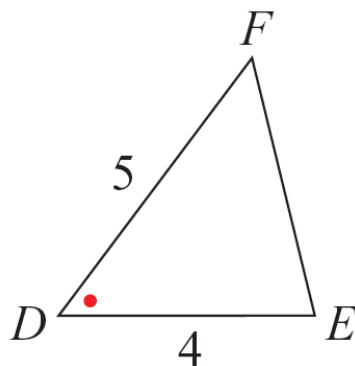
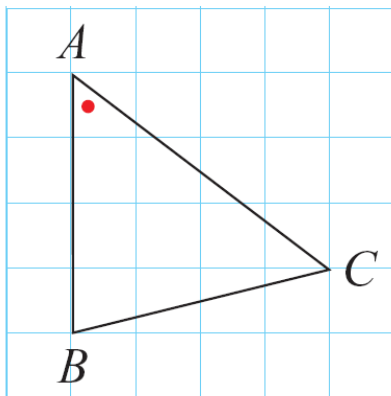




**P. 87 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有兩三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ，方格邊長為 1。已知 $\angle D = \angle A$ ， $\overline{DE} = 4$ ， $\overline{DF} = 5$ ，求 $\overline{EF}$ 。



由圖知 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2}$

```
(%i1) solve([c=sqrt(3^2+4^2)], [c]);
```

※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([c=sqrt(3^2+4^2)], [c]) → ctrl+enter。

```
(%o1) [c=5]
```

因此， $\overline{AC} = 5$ ，

$\overline{DE} = \overline{AB}$ ， $\angle D = \angle A$ ， $\overline{DF} = \overline{AC}$ ，所以， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

因此， $\overline{EF} = \overline{BC} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ 。

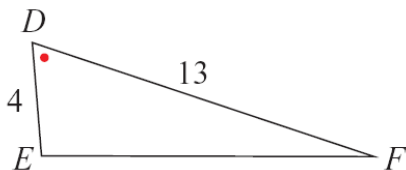
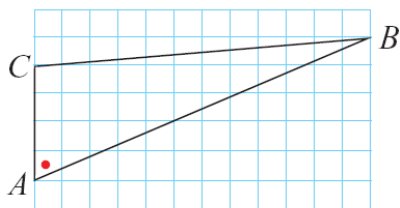
**P. 88 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有兩三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ，方格邊長為 1，已知 $\angle D = \angle A$ ， $\overline{DE} = 4$ ，

$\overline{DF} = 13$ ，求 $\overline{EF}$ 。





由圖知  $\overline{AC} = 4$  ,  $\overline{AB} = \sqrt{5^2 + 12^2}$

(%i1) solve([c=sqrt(5^2+12^2)], [c]);    ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )」指令表示求解，輸入 solve([c=sqrt(5^2+12^2)], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=13]

因此， $\overline{AB} = 13$ ，

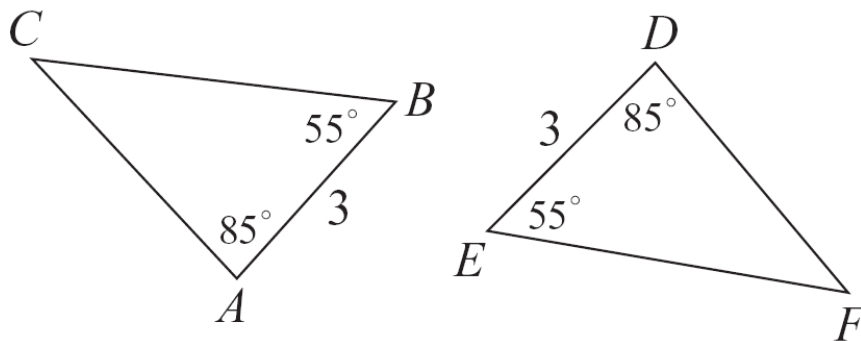
$\overline{AC} = \overline{DE}$  ,  $\angle A = \angle D$  ,  $\overline{AB} = \overline{DF}$  , 所以， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

因此， $\overline{EF} = \overline{CB} = \sqrt{1^2 + 12^2} = \sqrt{145}$ 。

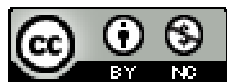
**P. 89 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，根據  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  的條件，判斷它們是否全等。



在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中，



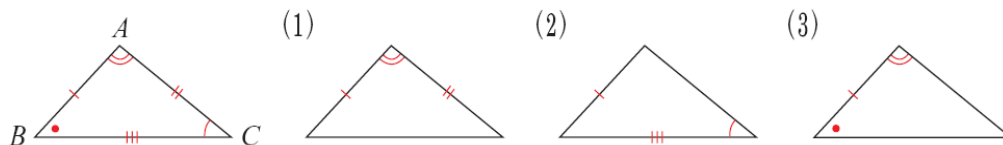
$$\angle A = \angle D = 85^\circ, \overline{AB} = \overline{DE} = 3, \angle B = \angle E = 55^\circ,$$

因此，由 ASA 全等性質可知  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

### P. 90 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

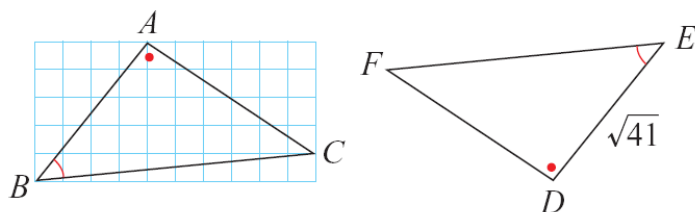
若只利用 ASA 全等性質，試判斷(1)、(2)、(3)三個三角形中，哪一個與  $\triangle ABC$  全等？(3)



### P. 90 例 5

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有兩三角形  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$ ，方格邊長為 1。若已知  $\angle D = \angle A$ ， $\angle E = \angle B$ ，且  $\overline{DE} = \sqrt{41}$ ，求  $\overline{DF}$  和  $\overline{EF}$ 。



$\angle D = \angle A$ ， $\angle E = \angle B$ ，夾邊  $\overline{DE}$  和  $\overline{AB}$ ，其中  $\overline{DE} = \sqrt{41}$ ，

$$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41},$$

所以，兩對應角的夾邊  $\overline{DE}$  和  $\overline{AB}$  相等，

因此，根據 ASA 全等性質可知  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

$$\text{並且 } \overline{DF} = \overline{AC} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13},$$

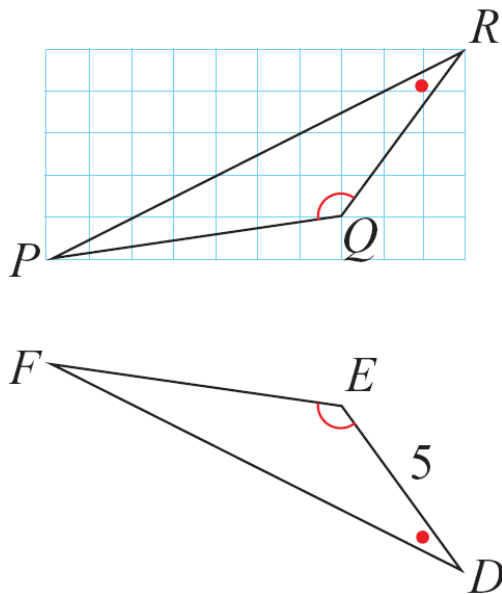
$$\overline{EF} = \overline{BC} = \sqrt{1^2 + 10^2} = \sqrt{101}.$$



**P. 91 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有兩三角形 $\triangle PQR$  與 $\triangle DEF$ ，方格邊長為 1，若已知 $\angle D = \angle R$ ， $\angle E = \angle Q$ ， $\overline{DE} = 5$ ，試說明 $\triangle PQR \cong \triangle DEF$ ，並求 $\overline{DF}$ 和 $\overline{EF}$ 。



$\angle D = \angle R$ ， $\angle E = \angle Q$ ，夾邊 $\overline{DE}$ 和 $\overline{RQ}$ ，其中 $\overline{DE} = 5$ ，

$$\overline{RQ} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5，$$

所以，兩對應角的夾邊 $\overline{DE}$ 和 $\overline{RQ}$ 相等，

因此，根據 ASA 全等性質可知 $\triangle PQR \cong \triangle DEF$ ，

$$\text{並且 } \overline{DF} = \overline{RP} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125}，$$

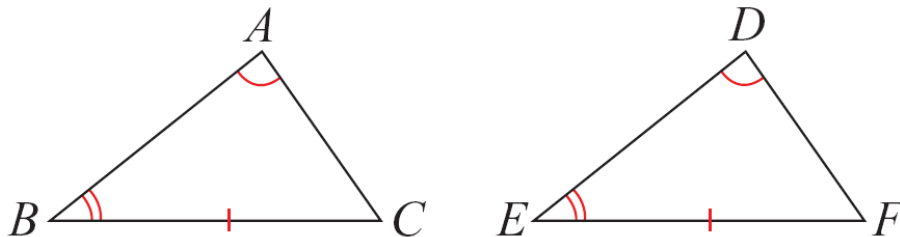
$$\overline{EF} = \overline{QP} = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50}。$$

**P. 91 例 6**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



如下圖，已知 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ，且 $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



$\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ，所以， $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - \angle D - \angle E = \angle F$ ，

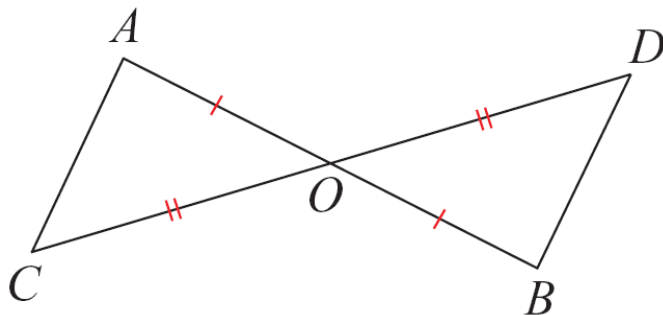
因為， $\angle B = \angle E$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\angle C = \angle F$ ，

因此，由 ASA 全等性質，得到 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

**P. 92 例 7**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AB} = \overline{CD}$  相交於  $O$  點，已知  $\overline{OA} = \overline{OB}$ ， $\overline{OC} = \overline{OD}$ ，說明 $\triangle OAC \cong \triangle OBD$ ，且  $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。



因為  $\overline{OA} = \overline{OB}$ ， $\overline{OC} = \overline{OD}$ ，

且  $\angle OAC = \angle OBD$ ，(對頂角相等)

所以  $\triangle OAC \cong \triangle OBD$ ，(SAS 全等性質)

因此  $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。

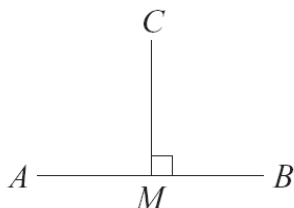


**P. 92 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，M 是  $\overline{AB}$  的中點， $\overline{CM} \perp \overline{AB}$ ，試在下列空格中填入適當的理由，說明

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 。



連接  $\overline{AC}$  和  $\overline{BC}$ ，由於

$\overline{AM} = \overline{MB}$  (M 是  $\overline{AB}$  的中點)

$\angle AMC = \angle BMC = 90^\circ$  (直角)

$\overline{MC} = \overline{MC}$  (共邊)

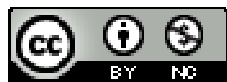
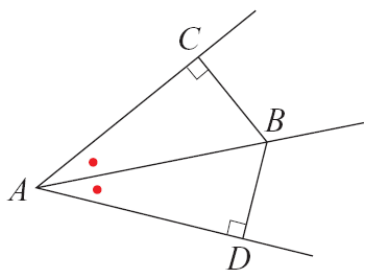
因此， $\triangle AMC \cong \triangle BMC$  (SAS 全等性質)

同時， $\overline{AC} = \overline{BC}$  (兩個三角形全等)

**P. 93 例 8**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AB}$  為  $\angle A$  的角平分線，若  $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{BD} \perp \overline{AD}$ ，說明  $\overline{BC} = \overline{BD}$ 。



因為， $\angle CAB = \angle DAB$  ( $\overline{AB}$  為分角線)

$$\overline{AB} = \overline{AB} \quad (\text{共邊})$$

及， $\angle ACB = \angle BDA = 90^\circ$  (已知)

所以， $\triangle ABC \cong \triangle ABD$  (AAS 全等性質)

因此， $\overline{BC} = \overline{BD}$  (全等時對應邊相等)

### P. 95 3-1 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

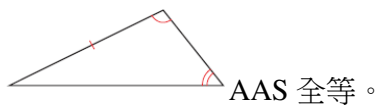
1. 判斷下面各三角形，哪一個和右圖的三角形全等？請圈出來，並說明所根據的三角形全等性質。



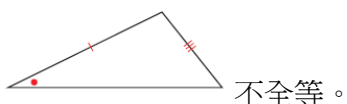
★SAS 全等性質：若兩三角形的兩邊與其夾角對應相等，則此兩三角形全等。

★ASA 全等性質：若兩三角形的兩角與其夾邊對應相等，則此兩三角形全等。

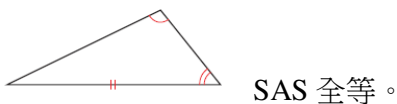
★AAS 全等性質：若兩三角形的兩角及其中一角的對邊對應相等，則此兩三角形全等。



AAS 全等。



不全等。

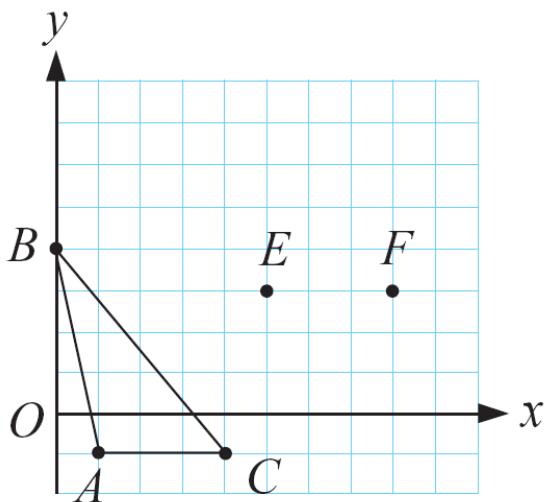


SAS 全等。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 如下圖，在坐標平面上找出 D 點，使得  $\triangle ABC$  與  $\triangle EDF$  全等，且  $\angle F = \angle C$ 。寫出 D 點的坐標。(提示：D 有兩個解)

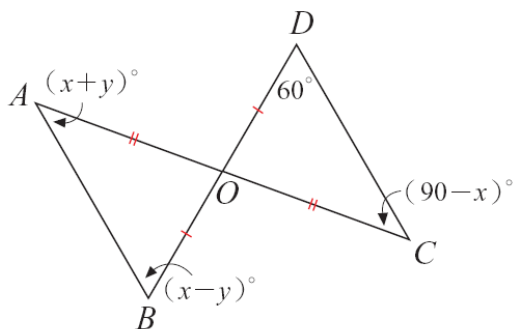




D(4,8) 、D(4,-1)

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 如下圖， $\overline{AO} = \overline{CO}$ ， $\overline{BO} = \overline{DO}$ ，求  $x$ 、 $y$ 。



$$\begin{cases} x - y = 60 \\ x + y = 90 - x \end{cases}$$

(%i1) solve([x-y=60,x+y=90-x], [x,y]);

※ 「solve([ 變數算式,變數算式 ], [ 變數, 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x-y=60,x+y=90-x], [x,y]) → ctrl+enter。

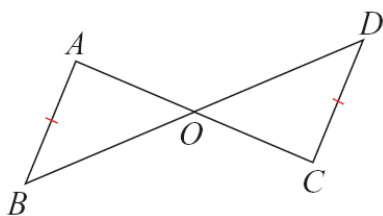
(%o1) [[x=50,y=-10]]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4. 如下圖，已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，且  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，試說明  $\triangle ABO$  全等於  $\triangle CDO$ 。







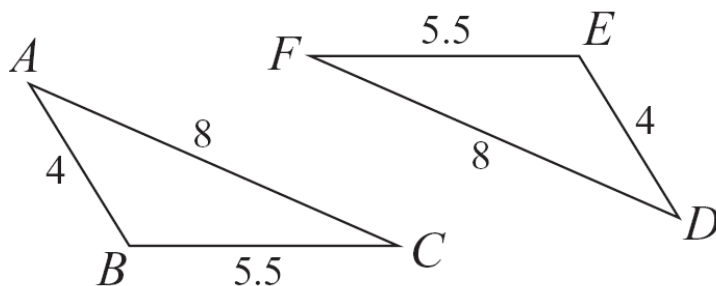
因為  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，因此  $\angle A = \angle C$  且  $\angle B = \angle D$  (內錯角相等)，又  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，  
 $\triangle ABO$  全等於  $\triangle CDO$  (ASA 全等性質)。

**第 3 章 三角形的基本性質 3-2 SSS 全等與尺規作圖**

**P. 98 例 1**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，根據  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  的條件，判斷它們是否全等。



在  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  中，

$$\overline{AB} = \overline{DE} = 4, \overline{BC} = \overline{EF} = 5.5, \overline{AC} = \overline{DF} = 8,$$

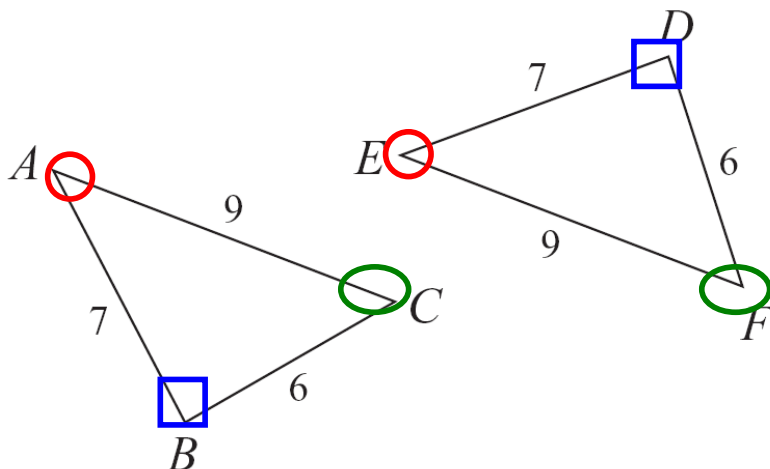
因此，由 SSS 全等性質，得知  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

**P. 98 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

請根據右圖中的條件，判斷兩個三角形  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  是否全等，若兩三角形全等，試將對應角標上相同的符號。





在 $\triangle ABC$  與 $\triangle EDF$  中，

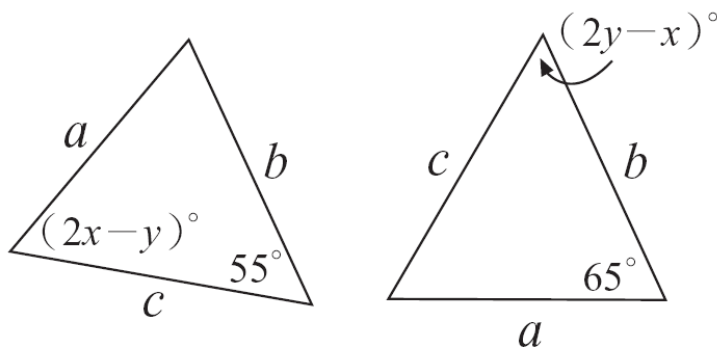
$$\overline{AB} = \overline{ED} = 7, \overline{BC} = \overline{DF} = 6, \overline{AC} = \overline{EF} = 9,$$

因此，由 SSS 全等性質，得知 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ 。

**P. 98 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有兩個邊長皆為 a、b、c 的三角形，求 x、y 的值。



邊長 a 所對的角為  $50^\circ$ ，

$$2y - x = 50$$

由三角形和為  $180^\circ$ ，得邊長 b 所對的角為  $180^\circ - 50^\circ - 65^\circ = 65^\circ$ ，

$$2x - y = 65$$

$$\begin{cases} 2y - x = 50 \\ 2x - y = 65 \end{cases}$$

(%i1) solve([2\*y-x=50,2\*x-y=65], [x,y]);

※ 「solve([ 變數算式,變數算式 ],[ 變數,變數 ])」指令表示求解，輸入



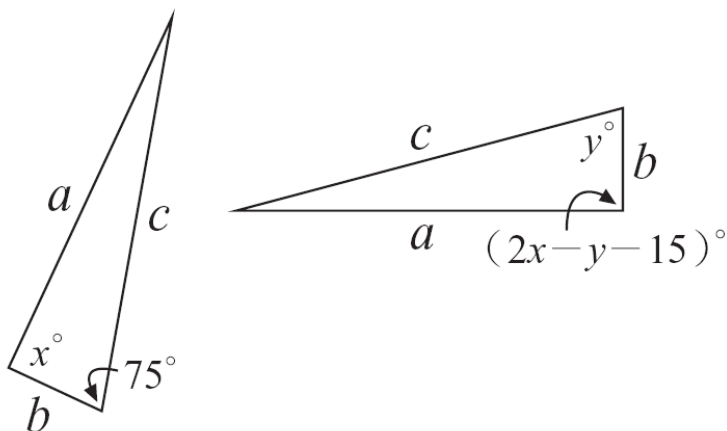
solve([2\*y-x=50,2\*x-y=65], [x,y]) → ctrl+enter ◦

(%o1) [[x=60,y=55]]

**P. 99 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有兩個邊長皆為 a、b、c 的三角形，求 x、y 的值。



邊長 a 所對的角為 75°，

y=75

邊長 c 所對的角為 x，

x=2x-y-15 → x-y-15=0

$$\begin{cases} y = 75 \\ x - y - 15 = 0 \end{cases}$$

(%i1) solve([y=75,x-y-15=0], [x,y]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([y=75,x-y-15=0], [x,y]) → ctrl+enter ◦

(%o1) [[x=90,y=75]]

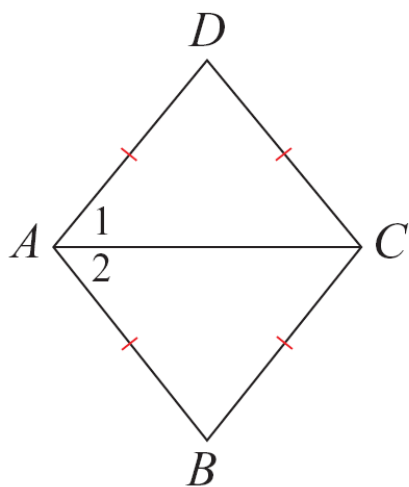
**P. 100 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，四邊形 ABCD 為菱形，AC 為對角線。試說明△ADC ≅ △ABC，以及∠1 = ∠2，∠D = ∠B。

1 = ∠2，∠D = ∠B。





四邊形 ABCD 為菱形，所以，ABCD 的四邊均相等。

在  $\triangle ADC$  與  $\triangle ABC$  中， $\overline{AD} = \overline{AB}$ ， $\overline{DC} = \overline{BC}$ ， $\overline{AC} = \overline{AC}$ ，

所以， $\triangle ADC \cong \triangle ABC$ ，

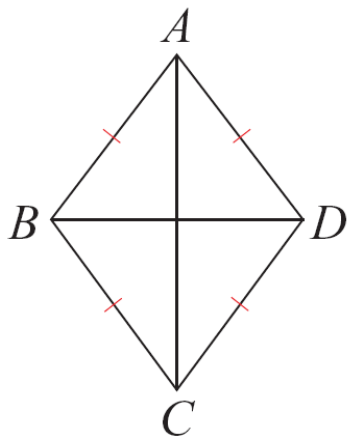
由於， $\overline{CD}$ 、 $\overline{BC}$  的對角分別是  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ ，所以， $\angle 1 = \angle 2$ ，

同理，得  $\angle D = \angle B$ 。

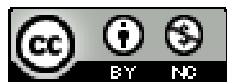
**P. 100 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 如下圖，四邊形 ABCD 為菱形，已知兩對角線  $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BD} = 12$ ，求  $\overline{AB}$ 。



$\overline{AC} = 16 \div 2 = 8$ ， $\overline{BD} = 12 \div 2 = 6$ ，



利用畢氏定理求得  $\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10^2$ 。

2. 四邊形 ABCD 為一菱形，已知  $\angle A = 60^\circ$ ，求  $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 。

$\angle C = \angle A = 60^\circ$ ，

$360^\circ = \angle A + \angle B + \angle C + \angle D \rightarrow 360^\circ = 60^\circ + 60^\circ + \angle C + \angle D \rightarrow \angle C + \angle D = 240^\circ$ ，

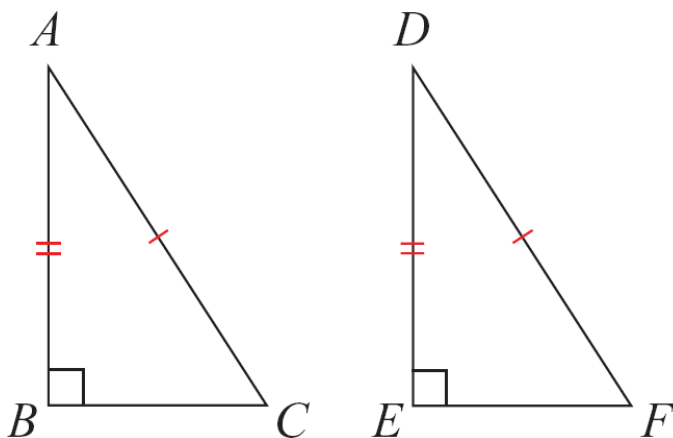
因為， $\angle C = \angle D$ ，因此， $\angle C$ 、 $\angle D$  分別為  $240^\circ \div 2 = 120^\circ$ 。

**P. 101 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  都是直角三角形，其中  $\angle B$ 、 $\angle E$  為直角，已知  $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，

$\overline{AB} = \overline{DE}$ ，試說明  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



因為， $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  都是直角三角形，

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2,$$

$$\overline{EF}^2 = \overline{DF}^2 - \overline{DE}^2,$$

因為， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\overline{AB} = \overline{DE}$ ，所以， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，

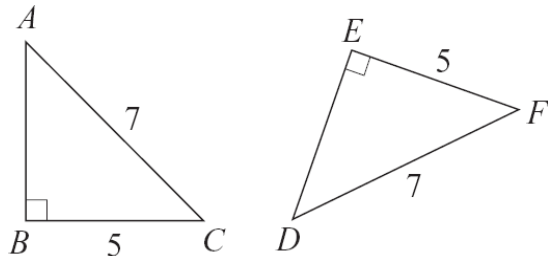
利用 SSS 全等性質或 SAS 全等性質皆可得到  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

**P. 102 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



如下圖，根據 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的條件，判斷它們是否全等。



在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，

因為， $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = \overline{DF} = 7$ ， $\overline{BC} = \overline{EF} = 5$ ，

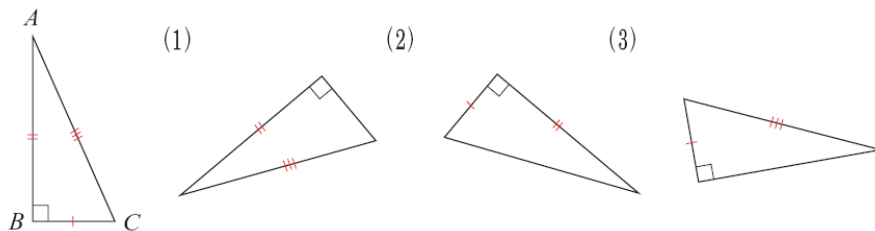
所以，由 RHS 全等性質，可知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

### P. 102 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若只利用 RHS 全等性質，試判斷(1)、(2)、(3)三個三角形中，哪些與 $\triangle ABC$ 全等？

(1)、(3)。



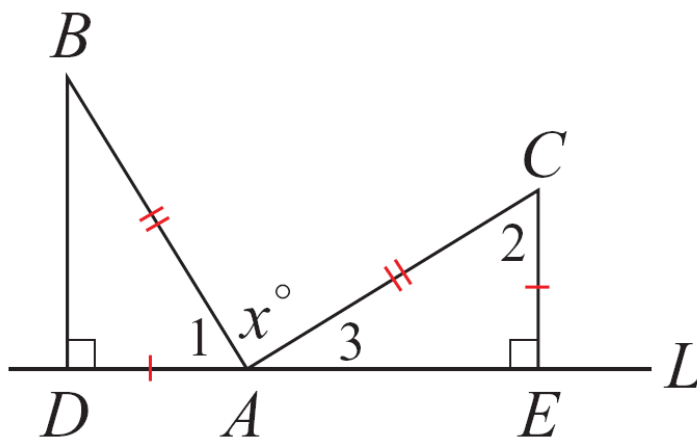
### P. 102 例 6

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知三點D、A、E在直線L上， $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$ 分別垂直L於點D、E，且 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，

$\overline{AD} = \overline{CE}$ ，求x。





在 $\triangle ADB$  與 $\triangle CEA$  中，因為， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 、 $\overline{AD} = \overline{CE}$ ，且 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$ ，

所以  $\triangle ADB \cong \triangle CEA$

得  $\angle 1 = \angle 2$

但  $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$

所以  $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$

由於 D、A、E 在直線 L 上

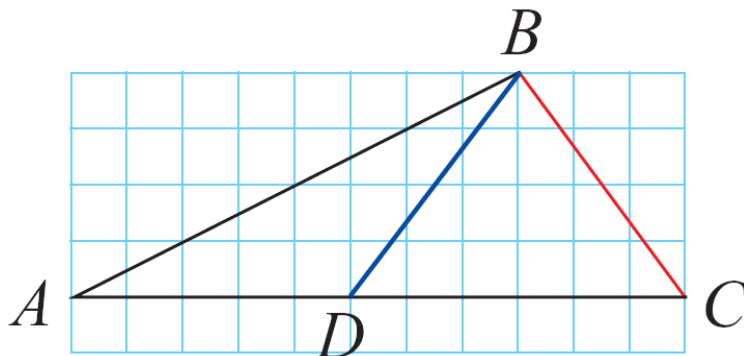
因此  $\angle 1 + x + \angle 3 = 180^\circ$

即  $x = 180 - 90 = 90^\circ$ 。

**P. 103 例 7**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，方格邊長為 1，試說明 $\triangle ABC$  與 $\triangle ABD$  滿足 SSA 對應關係，但它們不全等。



$\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ， $\overline{BD} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，所以，在 $\triangle ABC$  與 $\triangle ABD$  中，



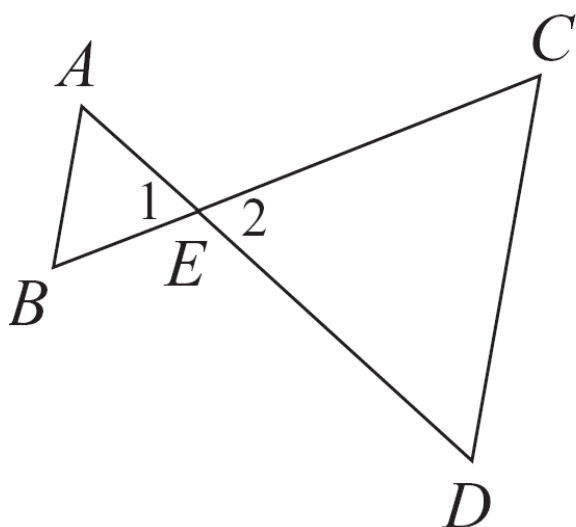
$\overline{BC} = \overline{BD}$  ,  $\overline{AB} = \overline{AB}$  ,  $\angle A = \angle A$  ,

即兩三角形滿足 SSA 對應關係。但由上圖可知， $\triangle ABC$  與  $\triangle ABD$  顯然不全等。

**P. 104 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，試說明  $\triangle ABE$  與  $\triangle CDE$  滿足 AAA 對應關係，但它們不全等。



$\angle 1 = \angle 2$  (對頂角相等)， $\angle A = \angle D$  且  $\angle B = \angle C$  (內錯角相等)，  
但因為邊都不相等，所以  $\triangle ABE$  與  $\triangle CDE$  不全等。

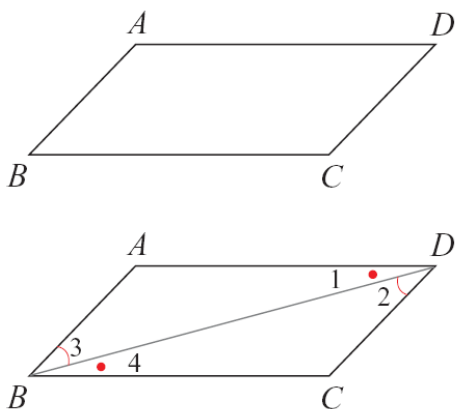
**P. 104 例 8**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，試說明  $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ 。







作  $\overline{BD}$  線段，在  $\triangle ABD$  和  $\triangle CDB$  中，

因為  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

所以  $\angle 1 = \angle 4$

因為  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

所以  $\angle 3 = \angle 2$

又  $\overline{BD} = \overline{BD}$

因此  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

所以  $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ 。

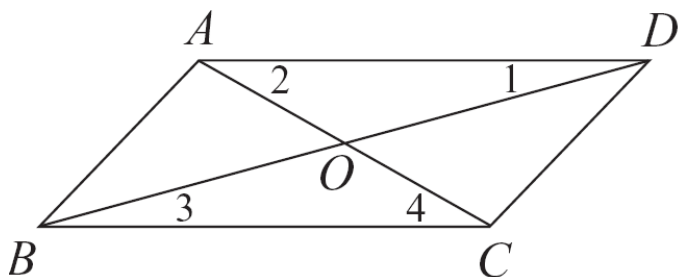
**P. 105 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $ABCD$  為平行四邊形，對角線  $\overline{AC}$  與  $\overline{BC}$  交於  $O$  點。請在空格中填入適當

的理由，說明  $\overline{OD} = \overline{OB}$ ， $\overline{OA} = \overline{OC}$ 。





$\angle 1 = \angle 3$  (內錯角相等)

$\angle 2 = \angle 4$  (內錯角相等)

$\overline{AD} = \overline{BC}$  (平行)

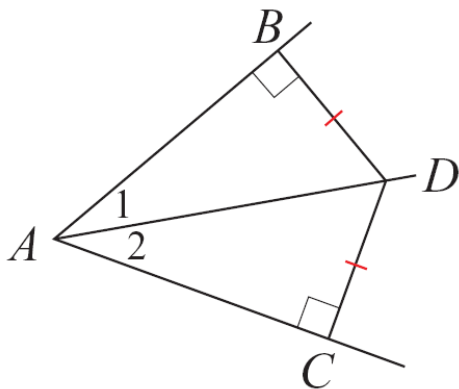
所以  $\triangle AOD \cong \triangle COB$  (AAS 全等性質)

得  $\overline{OD} = \overline{OB}$ ,  $\overline{OA} = \overline{OC}$ 。

**P. 105 例 9**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{DC} \perp \overline{AC}$ , 且  $\overline{BD} = \overline{CD}$ , 試說明  $\angle 1 = \angle 2$ 。



$\overline{BD} = \overline{CD}$ ,  $\overline{AD} = \overline{AD}$ ,  $\angle DBA = \angle DCA = 90^\circ$ ,

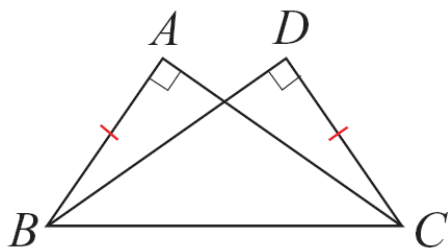
所以,  $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ , 因此,  $\angle 1 = \angle 2$ 。

**P. 106 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



如下圖， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\angle DBC = 35^\circ$ ，求  $\angle ACB$ 。



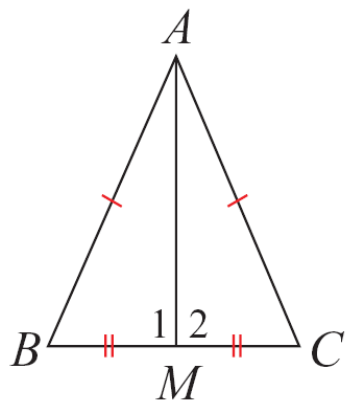
$\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = \overline{BC}$ ， $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  (RHS 全等)，

因此， $\angle ACB = \angle DBC = 35^\circ$ 。

**P. 106 例 10**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

試說明等腰三角形，底邊的中線就是底邊的中垂線。



如下圖的  $\triangle ABC$ ，其中  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，M 為  $\overline{BC}$  的中點。

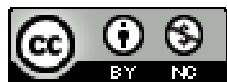
因為  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AM} = \overline{AM}$

且  $\overline{BM} = \overline{CM}$

所以  $\triangle ABM \cong \triangle ACM$

得  $\angle 1 = \angle 2$

因為  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以  $\angle 1 = 90^\circ$ ，即  $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ ，

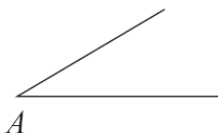


因此  $\overline{AM}$  垂直平分  $\overline{BC}$ ，即  $\overline{AM}$  為  $\overline{BC}$  的中垂線。

**P. 108 例 11**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\angle A$ ，利用尺規作圖作出另一角使它等於  $\angle A$ 。



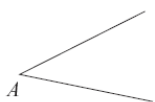
作 法	作 圖	說 明
(1)作一直線 $L$ ，並於直線 $L$ 上取一點 $O$ 。		
(2)以 $A$ 為圓心，適當長為半徑畫弧，分別交 $\angle A$ 的兩邊於 $B$ 、 $C$ 兩點。		在 $\angle A$ 上取一個 $\triangle ABC$ 。
(3)以 $O$ 為圓心， $\overline{AC}$ 長為半徑畫弧，交直線 $L$ 於點 $P$ 。		(3)(4)是以本節開始的 SSS 作圖方式複製 $\triangle ABC$ 。
(4)以 $P$ 為圓心， $\overline{BC}$ 長為半徑畫弧，與前弧相交於 $Q$ 點。		
(5)連接 $\overline{OQ}$ ，則 $\angle POQ$ 即為所求。		$\triangle OPQ \cong \triangle ABC$ ，故 $\angle POQ = \angle A$ 。

**P. 109 例 12**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\angle A$ ，利用尺規作圖作出  $\angle A$  的角平分線。





作 法	作 圖	說 明
(1)以 A 為圓心，適當長為半徑畫弧，分別交 $\angle A$ 的兩邊於 B、C 兩點。		決定菱形邊長及另兩個頂點。
(2)分別以 B、C 為圓心， $\overline{AC}$ 的長度為半徑畫弧，設兩弧相交於 D 點。		以同樣的邊長找出菱形的第四個頂點。
(3)連接 A、D，則 $\overline{AD}$ 即為所求。		四邊形 ABDC 為一菱形，故對角線 $\overline{AD}$ 平分 $\angle A$ 。

**P. 110 例 13**

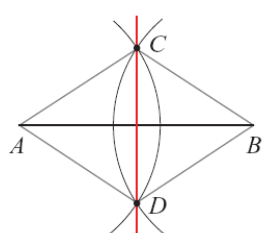
此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知  $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖作出  $\overline{AB}$  的中垂線。



作 法	作 圖	說 明
(1)分別以 A、B 為圓心，同以大於 $\overline{AB}$ 一半的長度為半徑畫弧，設兩弧相交於 C、D 兩點。		作出一以 $\overline{AB}$ 為對角線的菱形。 注意：若半徑不大於 $\overline{AB}$ 的一半，則不會有 C、D



		點。
(2)連接 C、D，則 $\overline{CD}$ 即為所求。		四邊形 ADBC 為一菱形，對角線 $\overline{CD}$ 垂直平分 $\overline{AB}$ 。

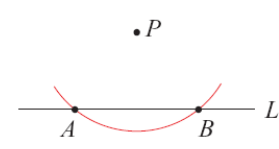
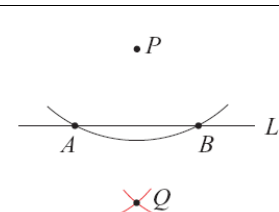
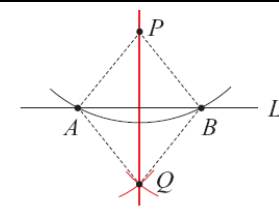
**P. 111 例 14**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，P 是直線 L 外的一點，利用尺規作圖作過 P 且垂直於 L 的直線。

•P

————— L

作法	作圖	說明
(1)以 P 為圓心，適當長為半徑畫弧，交 L 於 A、B 兩點。		決定菱形邊長及另兩個頂點。
(2)分別以 A、B 為圓心， $\overline{PA}$ 長度為半徑，在直線 L 異於點 P 之一側畫兩弧，設相交於 Q 點。		以同樣的邊長找出菱形的第四個頂點。
(3)連接 P、Q，則 $\overline{PQ}$ 即為所求。		四邊形 AQB 為菱形，對角線 $\overline{PQ}$ 垂直於 $\overline{AB}$ 。

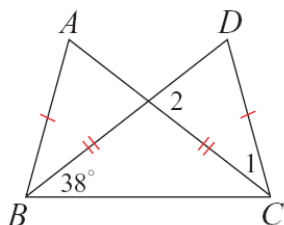
**P. 114 3-2 自我評量**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.如下圖， $\overline{AB} = \overline{DC}$ 、 $\overline{AC} = \overline{DB}$ ， $\angle DBC = 38^\circ$ ， $\angle DCB = 75^\circ$ ，求  $\angle 1$  與  $\angle 2$ 。 $\overline{CA}$  是



不是  $\angle BCD$  的角平分線？



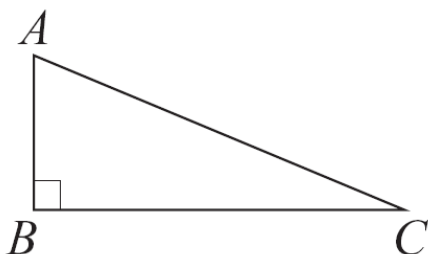
$\overline{AB} = \overline{DC}$ 、 $\overline{AC} = \overline{DB}$ ， $\overline{BC} = \overline{BC}$ ，所以  $\triangle ABC = \triangle DCB$  (SSS 全等)，

$\angle 1 = 75 - 38 = 37^\circ$ ， $\angle D = 180 - 75 - 38 = 67^\circ$ ， $\angle 2 = 180 - 37 - 67 = 76^\circ$ ，

$\overline{CA}$  不是  $\angle BCD$  的角平分線，因為  $\angle 1 \neq \angle ACB$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 如下圖，已知  $\overline{AB} = 10$ 、 $\overline{BC} = 24$ ，求 B 到  $\overline{AC}$  的距離。



$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 + 24^2}$$

(%i1) solve([c=sqrt(10^2+24^2)], [c]);

※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([c=sqrt(10^2+24^2)], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=26]

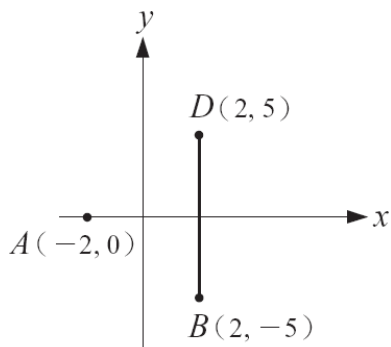
因此， $\overline{AC} = 26$ ，

$$\text{B 到 } \overline{AC} \text{ 的距離} = \frac{10 \times 24}{26} = \frac{120}{13}。$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體



3.如下圖，已知坐標平面上三點 A、B、D 為菱形 ABCD 的三個頂點。



(1) 說明 x 軸是  $\overline{BD}$  的中垂線。

因為  $\overline{BD} \perp X$  軸，且交點(2,0)為  $\overline{BD}$  的中點，所以 x 軸是  $\overline{BD}$  的中垂線。

(2) 求另一頂點 C 的坐標。

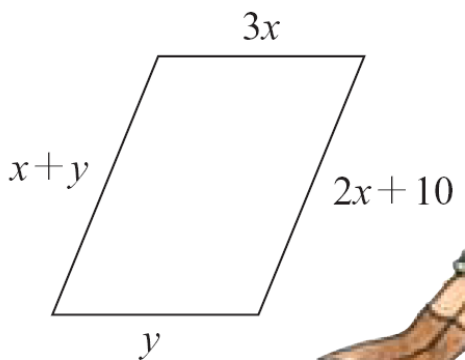
(6,0)

(3) 求菱形 ABCD 的面積。

$10 \times 8 \div 2 = 40$  平方單位

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.右圖為一平行四邊形，求 x、y。

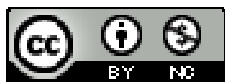


平行四邊形，平行線相等，

$$\begin{cases} 3x = y \\ x + y = 2x + 10 \end{cases}$$

(%i1) solve([3\*x=y,x+y=2\*x+10], [x,y]);

※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ] )」指令表示求解，輸入 solve([3\*x=y,x+y=2\*x+10], [x,y]) → ctrl+enter。





(%o1) [[x=5,y=15]]

第 3 章 三角形的基本性質 3-3 三角形的邊角關係

P. 116 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

下面哪一組數不可以當做三角形的三邊長？第(1)組不可以當做三角形三邊長。

★三角形任兩邊和大於第三邊才能形成三角形。

(1)4、7、3

$4+7>3$ ； $7+3>4$ ； $4+3=7$ 。

(2)15、15、18

$15+15>18$ ； $15+18>15$ 。

(3)3、4、5

$3+4>5$ ； $4+5>3$ ； $3+5>4$ 。

P. 116 例 1

此題無法直接使用 Maxima 軟體

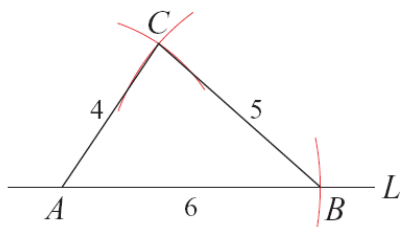
右圖為 1 單位長的線段，利用尺規作圖作出一個三角形，使得它的三邊分別為 4、5、6。

—  
1 單位長

(1)在一直線 L 上，作一線段  $\overline{AB}$ ，使得  $\overline{AB}=6$ 。

(2)分別以 A、B 為圓心，4、5 為半徑，在 L 的同側畫兩弧，得此兩弧相交於 C。

(3)連接  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ ，則  $\triangle ABC$  即為所求。



**P. 117 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

判斷下列各題中的三個數是不是某三角形的三邊長。

★三角形任兩邊和大於第三邊才能形成三角形。

(1) 2、3、5

$$2+3=5; 2+5>3; 3+5>2$$

第一組的兩數和不大於第三數，所以，此三數不能構成三角形的三邊長。

(2) 4、7、1

$$4+7>1; 7+1>4; 4+1<7$$

第三組的兩數和不大於第三數，所以，此三數不能構成三角形的三邊長。

(3) 8+4>9; 4+9>8; 8+9>4

任意兩數的和都大於第三數，所以，此三數構成某三角形的三邊長。

**P. 118 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

判斷下列各題的三個數是不是某三角形的三邊長。哪一組數是直角三角形的三邊長？

★三角形任兩邊和大於第三邊才能形成三角形。

(1) 6、3、10

$$6+3<10; 3+10>6; 6+10>3$$

第一組的兩數和不大於第三數，所以，此三數不能構成三角形的三邊長。

(2) 8、5、12

$$8+5>12; 5+12>8; 8+12>20$$

任意兩數的和都大於第三數，所以，此三數構成某三角形的三邊長。

判斷是否為直角需符合  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，

(%i1) `sublis([a=8,b=5,c=12],c=sqrt(a^2+b^2));` ※ 「`sublis([ 變數,變數 ], 變數算式)`」指令表示驗證解，輸入 `sublis([a=8,b=5,c=12],c^2=sqrt(a^2+b^2))` → `ctrl+enter`。

$$(%o1) 12 = \sqrt{89}$$

結果不相等，因此，8、5、12 不是直角三角形。

(3) 5、12、13

$$5+12>13; 12+13>5; 5+13>12$$



任意兩數的和都大於第三數，所以，此三數構成某三角形的三邊長。

判斷是否為直角需符合  $c^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，

(%i1) `sublis([a=5,b=12,c=13],c=sqrt(a^2+b^2));` ※ 「`sublis([ 變數,變數 ], 變數算式 )`」指令表示驗證解，輸入 `sublis([a=5,b=12,c=13],c=sqrt(a^2+b^2))` → `ctrl+enter`。

(%o1) 13=13

結果相等，因此，5、12、13 為直角三角形。

### P. 118 例 3

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若 a、a、5 為三角形的三邊長，求 a 的範圍。

a、a、5 是三角形的三邊長，可得  $a+5 > a$ ； $5+a > a$ ； $a+a > 5$ ，

但  $a+5 > a$ ， $5+a > a$  自動成立，因此，只要  $a+a > 5$  成立即可，由此得 a 的範圍為  $a > \frac{5}{2}$ 。

### P. 119 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若 8、8、c 為三角形的三邊長，求 c 的範圍。

8、8、c 是三角形的三邊長，可得  $8+8 > c$ ； $8+c > 8$ ，

(%i1) `load (fourier_elim);` ※ 「`load (fourier_elim)`」指令表示先讀取此 `fourier_elim`(模組)。

(%o1)

`C:/PROGRA~1/MAXIMA~1/share/maxima/5.18.1/share/contrib/fourier_elim/fourier_elim.lisp`

(%i2) `fourier_elim([8+8>c,8+c>8],[c]);` ※ 「`fourier_elim([ 變數算式 ],[ 變數 ])`」指令表示求不等式之解，輸入 `fourier_elim([8+8>c,8+c>8],[c])` → `ctrl+enter`。

(%o2) `[0<c,c<16]`

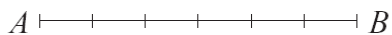
因此，得 c 的範圍為  $0 < c < 16$ 。

### P. 119 例 4

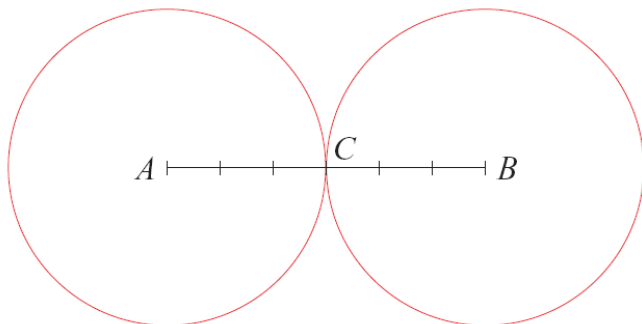


此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AB}=6$ ，若以 A、B 為圓心，作半徑均為 3 的圓，試問這兩圓相交於幾點？



以 A、B 為圓心，半徑均為 3 的兩圓相交情況如下圖。

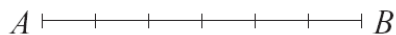


由圖可知，兩圓僅相交於一點 C，且 A、C、B 三點在同一直線上。

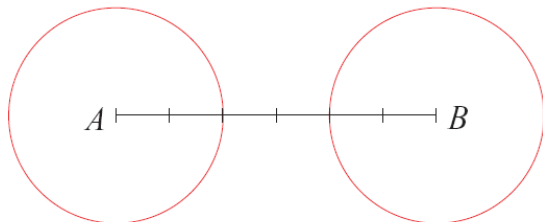
**P. 119 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AB}=6$ ，若以 A、B 為圓心，作半徑均為 2 的圓，試問這兩圓相交於幾點？



以 A、B 為圓心，半徑均為 2 的兩圓相交情況如如圖，這兩個圓不相交。



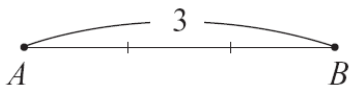
**P. 120 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AB}=3$ ，若以 A、B 為圓心，作半徑分別為 2、6 的兩圓，這兩圓會相交



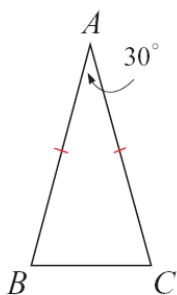
嗎？不會。



**P. 120 例 6**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

已知 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，求 $\angle B$  和 $\angle C$ 。



$\triangle ABC$  是等腰三角形，

所以  $\angle B = \angle C$

又因為  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

得  $2\angle B + \angle A = 180^\circ$

即  $2\angle B = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

因此  $\angle C = \angle B = 75^\circ$

**P. 121 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 有一等腰直角三角形 $\triangle ABC$ ，其中 $\angle A$  為直角，求 $\angle B$  和 $\angle C$ 。

$$180^\circ = \angle A + \angle B + \angle C \rightarrow 180^\circ = 90^\circ + \angle B + \angle C \rightarrow 90^\circ = \angle B + \angle C,$$

等腰直角三角形， $\angle B = \angle C$ ，因此，分別為 $90^\circ \div 2 = 45^\circ$ 。

2. 若 $\triangle ABC$  的三邊都等長，求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 。

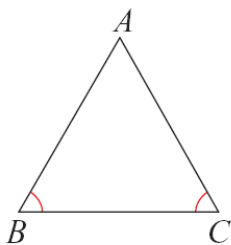
$\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  分別為 $180^\circ \div 3 = 60^\circ$ 。

**P. 121 例 7**

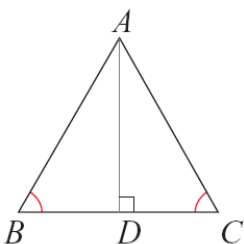
此題無法直接使用 Maxima 軟體



如下圖，已知 $\triangle ABC$  中， $\angle B = \angle C$ 。試說明 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。



先作 $\overline{BC}$ 上的高 $\overline{AD}$ ，如下圖。



在 $\triangle ABD$  和 $\triangle ACD$  中，

因為  $\angle B = \angle C$

$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

$\overline{AD} = \overline{AD}$

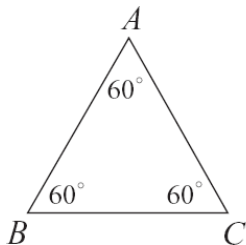
所以，由 AAS 三角形全等性質，可得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

因此， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。

**P. 122 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  的每一個內角都是  $60^\circ$ ，說明 $\triangle ABC$  為一正三角形。



根據上題的寫法，再做兩次，即可得 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{CA} = \overline{CB}$ ， $\overline{BA} = \overline{BC}$ ，

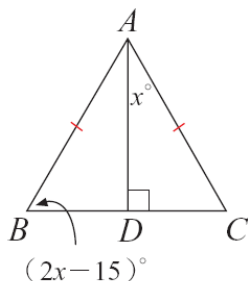


因此， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ ，所以 $\triangle ABC$  為一正三角形。

**P. 122 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  為等腰三角形， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，求  $x$  的值。



$\angle B = \angle C$ ， $\triangle ADC = \triangle ADB$   $180^\circ$ ，

$180^\circ = 90^\circ + (2x - 15)^\circ + x^\circ$

```
(%i1) solve([180=90+2*x-15+x], [x]);
```

※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([180=90+2\*x-15+x],[x]) → ctrl+enter。

```
(%o1) [x=35]
```

**P. 123 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

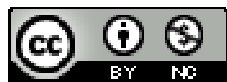
在 $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$ ，求三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係。

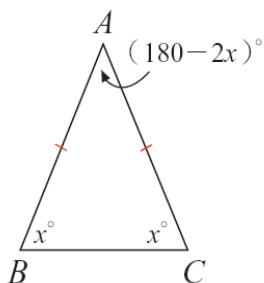
根據大角對大邊的原則，可推導出 $\angle C > \angle B > \angle A$ 。

**P. 123 例 8**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\overline{BC} < \overline{AB}$ ，求  $x$  的範圍。





$\angle A$  是一個角，所以， $180-2x > 0 \rightarrow x < 90$ ，

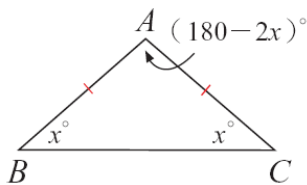
$\overline{AB} > \overline{BC}$ ， $x > 180-2x \rightarrow x > 90$ ，

因此， $60 < x < 90$ 。

**P. 124 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若  $\overline{BC} > \overline{AB}$ ，求  $x$  的範圍。



$180-2x > x$ ， $60 > x$ ， $x > 0$ ，

(%i1) load (fourier\_elim);    ※ 「load (fourier\_elim)」指令表示先讀取此  
fourier\_elim(模組)。

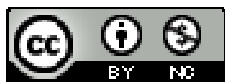
(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/contrib/fourier\_elim/fourier\_elim.lisp

(%i2) fourier\_elim([180-2\*x>x,60>x,x>0],[x]);    ※ 「fourier\_elim([變數算式],[變數])」指令表示求不等式之解，輸入  
fourier\_elim([180-2\*x>x,60>x,x>0],[x])  $\rightarrow$  ctrl+enter。

(%o2) [0<x,x<60]

因此， $60 > x > 0$ 。





**P. 125 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

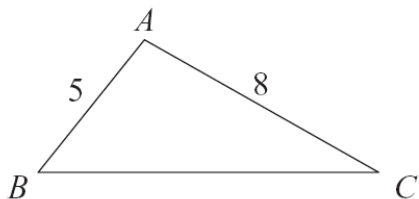
利用大角對大邊，說明直角三角形的斜邊比任一股長。

因為，斜邊所對的角為 90 度的角，剩餘的兩個角都不可能大過 90 度，因此，斜邊會大於任一股。

**P. 125 例 9**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  中， $\angle A > \angle B > \angle C$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ，求  $\overline{BC}$  的範圍。



因為， $\angle A > \angle B$ ， $\overline{BC} > 8$ ，

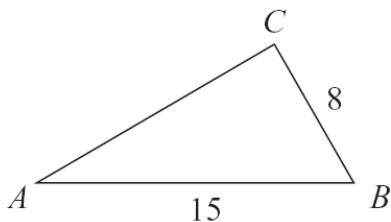
由兩邊和大於第三邊， $\overline{BC} < \overline{AB} + \overline{AC} = 8 + 5 = 13$ ，

因此， $8 < \overline{BC} < 13$ 。

**P. 125 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 8$ ，若  $\angle A < \angle B < \angle C$ ，求  $\overline{AC}$  的範圍。

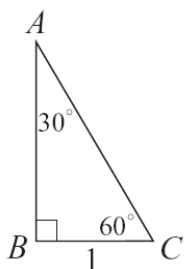


$15 > \overline{AC} > 8$ 。

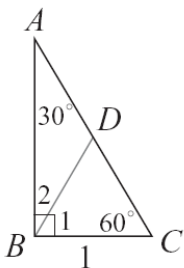
**P. 126 例 10**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle ABC$  為直角三角形， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle C=60^\circ$ ，若  $\overline{BC}=1$ ，求  $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC}$ 。



如下圖，作  $\overline{BD}$ ，



使  $\angle 1=60^\circ$ ，而  $\angle C=60^\circ$ ，所以， $\angle BDC=180^\circ-60^\circ-60^\circ=60^\circ$ ，  
因此， $\triangle BCD$  是正三角形，

$\overline{BD}=\overline{DC}=\overline{BC}=1$ ， $\angle 2=90^\circ-\angle 1=30^\circ$ ，所以  $\angle 2=\angle A$ ，

因此， $\triangle ABD$  是等腰三角形，

$\overline{BA}=\overline{DB}=1$ ，所以， $\overline{AC}=\overline{DA}+\overline{DC}=2$ ，

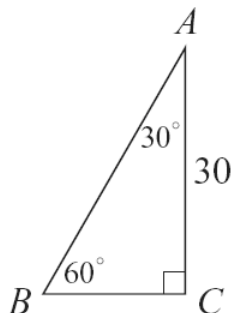
因此， $\overline{AB}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$ ，所以， $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC}=1 : \sqrt{3} : 2$ 。

**P. 127 例 11**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



△ABC 為直角三角形，其中∠A=30°，∠B=60°，∠C=90°，已知 $\overline{AC}=30$ ，求 $\overline{AB}$ 和 $\overline{BC}$ 。



$$\overline{BC} : 30 : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3} : 2,$$

$$\overline{BC} : 30 = 1 : \sqrt{3} \rightarrow \overline{BC} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3},$$

$$\overline{BC} : \overline{AB} = 1 : 2, \text{ 可知 } \overline{AB} \text{ 是 } \overline{BC} \text{ 的 } 2 \text{ 倍, 所以, } \overline{AB} = 10\sqrt{3} \times 2 = 20\sqrt{3}.$$

**P. 127 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

△ABC 為直角三角形，其中∠A=30°，∠C=60°，已知 $\overline{BC}=5$ ，求 $\overline{AB}$ 和 $\overline{AC}$ 。

根據直角三角形 30°-60°-90° 對應邊長比為 1 :  $\sqrt{3}$  : 2，

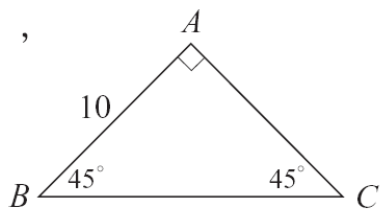
$$\overline{AB} = 5\sqrt{3}, \overline{AC} = 10.$$

**P. 127 例 12**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，直角三角形 ABC 的三內角為 45°、45°、90°，且 $\overline{AB}=10$ ，求 $\overline{AC}$ 和 $\overline{BC}$ 。





$\angle B = \angle C = 45^\circ$ ，可得  $\overline{AC} = \overline{AB} = 10$ ，

$$\overline{BC} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = \sqrt{10^2 \times 2} = 10\sqrt{2}，$$

**P. 128 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

$\triangle ABC$  為等腰直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ，已知  $\overline{AC} = 10$ ，求  $\overline{AB}$ 。

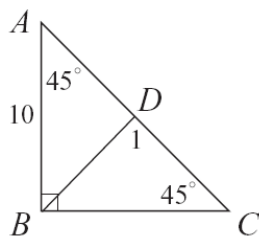
根據直角三角形  $45^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  的對應邊比為  $1 : 1 : \sqrt{2}$ ，

$$\overline{AB} = 5\sqrt{2}。$$

**P. 128 隨堂練習**

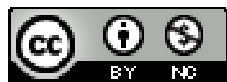
此題無法直接使用 Maxima 軟體

$\triangle ABC$  為等腰直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ，已知  $\overline{AB} = 10$ ，D 為  $\overline{AC}$  中點。



(1) 說明  $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 。

根據中垂線上任一點到兩端點的距離相等，所以，可以判斷  $\overline{BD}$  為  $\overline{AC}$  的中垂線。



(2)求 $\overline{DA}$ 。

$$\overline{AC}=10\sqrt{2}, \overline{DA}=5\sqrt{2}。$$

(3)用 $\overline{DA}$  求出 $\overline{DB}$ 和 $\overline{DC}$ 。

$$\overline{DA}=\overline{DB}=\overline{DC}=5\sqrt{2}。$$

### P. 130 3-3 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.已知 $\overline{AB}=10$ 。若分別以 A、B 為圓心，半徑為 3、7 畫兩圓，問此兩圓相交於幾個點？

$7+3=10$ ，因此，兩圓分別會相切。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.若三角形三邊長從小到大為  $x$ 、 $x+5$ 、 $100$ ，求  $x$  的範圍。

三角形兩邊相家要大於第三邊， $x+x+5>100$

最大要大於第二大的邊， $x+5<100$

(%i1) load (fourier\_elim); ※「load (fourier\_elim)」指令表示先讀取此  
fourier\_elim(模組)。

(%o1)

C:/PROGRA~1/MAXIMA~1.1/share/maxima/5.18.1/share/contrib/fourier\_elim/fourier\_elim.lisp

(%i2) fourier\_elim([x+x+5>100,x+5<100],[x]); ※「fourier\_elim([ 變數算式 ],[ 變數 ])」指令表示求不等式之解，輸入  
fourier\_elim([x+x+5>100,x+5<100],[x]) → ctrl+enter。

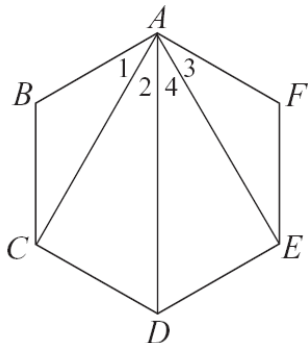
(%o2) [ $\frac{95}{2}$  95/2<x,x<95]

因此， $\frac{95}{2}<x<95$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體



3.如下圖，有一正六邊形 ABCDEF。



(1)求  $\angle 1$  與  $\angle 3$ 。

$$\angle 1 = \angle 3 = (180 - 120) \div 2 = 30^\circ$$

(2)試說明  $\triangle ACD \cong \triangle AED$ ，並求  $\angle 2$  與  $\angle 4$ 。

$$\overline{CD} = \overline{ED}, \overline{AD} = \overline{AD}, \overline{AC} = \overline{AE}, \triangle ACD \cong \triangle AED \text{ (SSS 全等)}$$

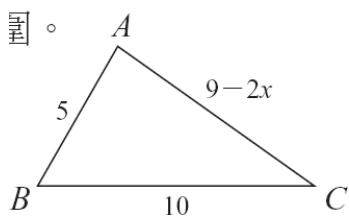
$$\angle 2 = \angle 4 = (120 - 60) \div 2 = 30^\circ$$

(3)試說明  $\overline{AD}$  是  $\angle BAF$  的角平分線。

$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4, \text{ 因此, } \overline{AD} \text{ 是 } \angle BAF \text{ 的角平分線。}$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.如下圖，已知  $\angle C < \angle B < \angle A$ ，求  $x$  的範圍。



兩邊相加大於第三邊： $9 - 2x + 5 > 10$ ， $2 > x$ ，

大角對大邊原則： $10 > 9 - 2x$ ， $x > -\frac{1}{2}$ ，

根據上面兩個： $2 > x > -\frac{1}{2}$ 。

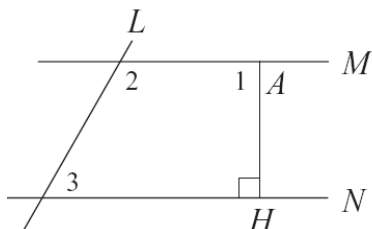
#### 第 4 章 幾何圖形 4-1 平行四邊形



**P. 134 例 1**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

右圖中， $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ， $\overline{AH} \perp N$ ，說明 $\angle 1$ 是直角。

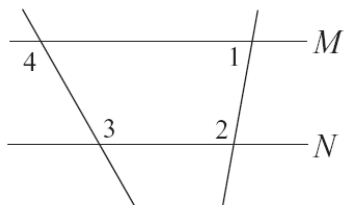


由於  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle H = 360^\circ$ ，  
 由題意知  $\angle H = 90^\circ$ ，  
 而且  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，  
 所以  $\angle 1 + 180^\circ + 90^\circ = \angle 1 + 270^\circ = 360^\circ$ ，  
 得  $\angle 1 = 90^\circ$ 。

**P. 135 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，若 $\angle 3 = \angle 4$ ， $\angle 1 = 80^\circ$ ，求 $\angle 2$ 。



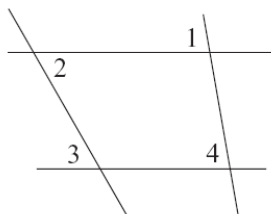
因為， $\angle 3 = \angle 4$ ，所以， $M \parallel N$ ，因此， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，  
 由於， $\angle 1 = 80^\circ$ ，因此， $\angle 2 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ 。

**P. 135 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\angle 1 = \angle 4 = 70^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，求 $\angle 3$ 。



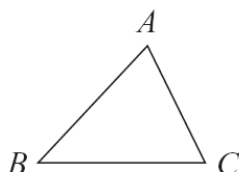


由於， $\angle 2$  和  $\angle 3$  為內錯角，因此，角度相同， $\angle 2 = \angle 3 = 60^\circ$ 。

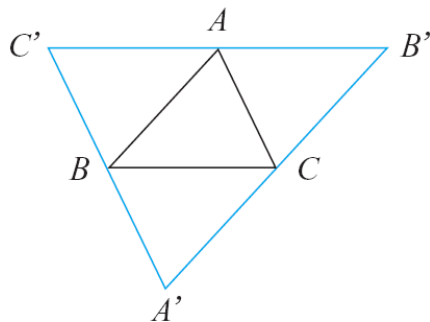
**P. 137 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

過 $\triangle ABC$ 的每個頂點，各作一條平行於其對邊的平行線，這三條平行線構成一個三角形，說明這個新三角形的內角與 $\triangle ABC$ 的內角對應相等，而且面積是 $\triangle ABC$ 面積的 4 倍。



如下圖，由原來的 $\triangle ABC$ 做出新的 $\triangle A'B'C'$ 。(其中  $A'$  讀作 A prime，當圖形有明顯的對應時，經常使用這樣的記法。)



由於， $\overline{A'B'} \parallel \overline{AC}$ ，而且  $\overline{AB} \parallel \overline{A'C'}$ ，

所以，四邊形  $ABA'C'$  是一個平行四邊形，

因此， $\angle A = \angle A'$ ，同理  $\angle B = \angle B'$ ， $\angle C = \angle C'$ ，

因此，新三角形  $A'B'C'$  的內角與原三角形  $ABC$  的內角對應相等。

又因為  $\triangle ABC \cong \triangle A'CB$ ，

所以， $\triangle ABC$  的面積 =  $\triangle A'CB$  的面積，





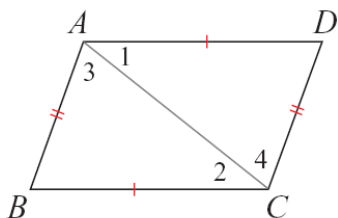
同理， $\triangle ABC$  的面積 =  $\triangle CB'A$  的面積 =  $\triangle BAC'$  的面積，  
所以， $\triangle A'B'C'$  的面積 =  $\triangle ABC$  的面積  $\times 4$ 。

**P. 140 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

說明兩組對邊相等的四邊形一定是平行四邊形。

如下圖，假設四邊形 ABCD 中  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = \overline{AD}$ ，並做對角線  $\overline{AC}$



因為， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = \overline{AD}$ ， $\overline{AC} = \overline{AC}$ ，

所以， $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，

可得， $\angle 1 = \angle 2$ ，

因此， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

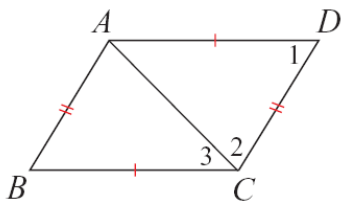
同理，因為， $\angle 3 = \angle 4$ ，所以， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。

由前兩行的結論可知，ABCD 為平行四邊形。

**P. 141 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，已知  $\angle 1 + \angle 2 = 135^\circ$ ，求  $\angle 3$ 。



$\angle DAC = 180 - (\angle 1 + \angle 2) = 180 - 135 = 45$ ，



因爲， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = \overline{AD}$ ， $\overline{AC} = \overline{AC}$ ，

所以， $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，

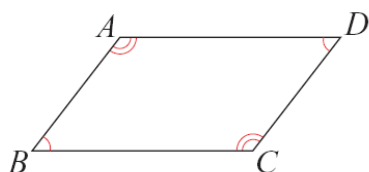
可得， $\angle DAC = \angle 3 = 45^\circ$ 。

**P. 141 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

四邊形 ABCD 中， $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ 。

請在下列空格中填入適當的理由，說明 ABCD 爲平行四邊形。



$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$  (四邊形內角和)

$2\angle A + 2\angle B = 360^\circ$  ( $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ )

因此  $\angle A + \angle B = 180^\circ$

所以  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  (同側內角相加爲  $180^\circ$ )

同理  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

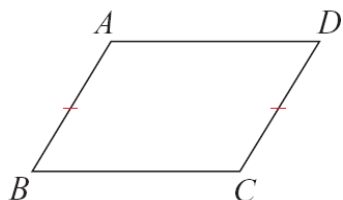
所以，ABCD 爲一平行四邊形。

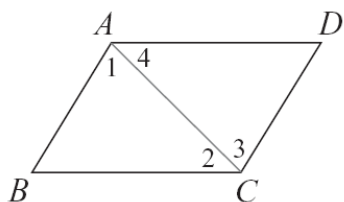
**P. 141 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

四邊形 ABCD 中，已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，且  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，說明  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。

如下圖，作對角線  $\overline{AC}$ 。





在 $\triangle ABC$  與 $\triangle CDA$  中，

因為， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\angle 1 = \angle 3$ ， $\overline{AC} = \overline{AC}$ ，

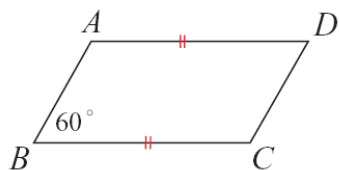
所以， $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，

得 $\angle 2 = \angle 4$ ，因此， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。

**P. 142 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，已知 $\angle B = 60^\circ$ ，求 $\angle A$  和 $\angle D$ 。

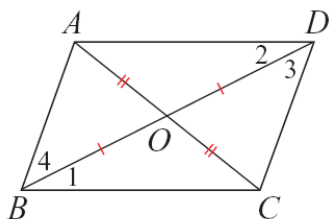


$\angle A = 120^\circ$ ， $\angle D = 60^\circ$ 。

**P. 142 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，四邊形 ABCD 中，對角線  $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  交於點 O，並且  $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ 。



請在下列空格中填入適當的理由，說明 ABCD 為一平行四邊形。



觀察 $\triangle ODA$  和 $\triangle OBC$ ，由於 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OD} = \overline{OB}$

而且  $\angle AOD = \angle COB$  (對頂角相等)

所以  $\triangle ODA \cong \triangle OBC$  (SAS 全等性質)

得  $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$  (三角形全等)

因此  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  (內錯角相等)

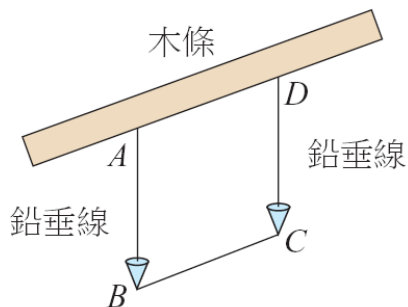
由 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，以及 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $ABCD$  為一平行四邊形。

**P. 143 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.如下圖所示，兩等長的鉛垂線 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 分別固定在木條上 $A$ 、 $D$ 兩點的位置。

四邊形 $ABCD$ 是否為一平行四邊形？為什麼？



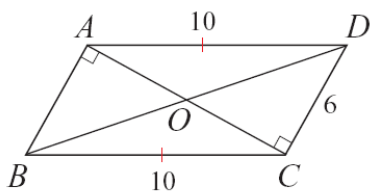
是，因為 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，且都為鉛垂線，因此 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，所以四邊形 $ABCD$ 為一平行四邊形。

**P. 144 例 6**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AC} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{AC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC} = 10$ ， $\overline{CD} = 6$ ，求 $\overline{OA}$ 和 $\overline{OB}$ 。





△CDA 是直角三角形，

$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8,$$

$\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\overline{AC} = \sqrt{64} \overline{AC}$ ，所以， $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，

$\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ ，所以，ABCD 為平行四邊形，

$$\overline{OA} = \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{2} = 2,$$

$$\overline{OB} = \sqrt{6^2 + 4^2}$$

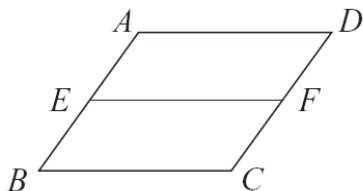
(%i1) sqrt(6^2+4^2);    ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(6^2+4^2) → ctrl+enter。

(%o1) 2√13

### P. 144 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，在平行四邊形 ABCD 的兩對邊  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  上，各取其中點 E 和 F，連接線段  $\overline{EF}$ ，說明 AEFD 是一個平行四邊形。



因為，ABCD 本身即為一平行四邊形，所取得  $\overline{EF}$  亦會平行  $\overline{AD}$ ，因此 AEFD 為一平行四邊形。

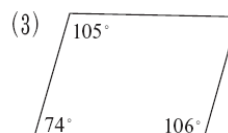
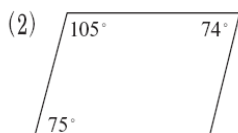
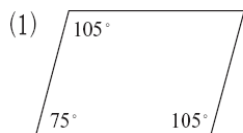


P. 145 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

下列圖形中，哪些四邊形是梯形？試說明你的理由。

★四邊形 ABCD 中，若有一組對邊  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$  互相平行，而另一組對邊  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  不平行，則稱 ABCD 為梯形。

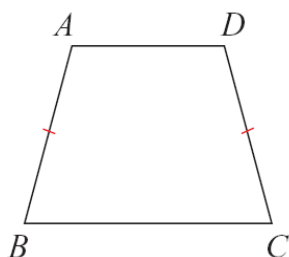


(2)，因為，有一邊同側內角相加為  $180^\circ$ ，所以，有一邊平行，但另一邊不平行。

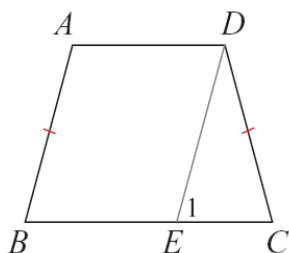
P. 146 例 7

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，已知 ABCD 為一等腰梯形，且  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，試說明  $\angle B = \angle C$ 。

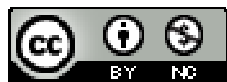


如下圖，作  $\overline{DE}$  平行於  $\overline{AB}$ ，則 ABED 為平行四邊形。



由  $\overline{DE} = \overline{AB}$  兩組對邊相等

及  $\overline{DC} = \overline{AB}$  已知



得  $\overline{DE} = \overline{DC}$

所以  $\angle 1 = \angle C$  等腰三角形兩底角相等

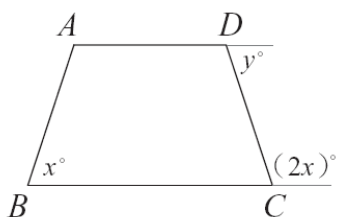
但因為  $\angle 1 = \angle B$  同位角相等

因此  $\angle B = \angle C$

**P. 146 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，四邊形 ABCD 為一等腰梯形，求 x、y 的值。



根據， $\angle B = \angle C$  可知，

$$x = 180 - 2x$$

(%i1) solve([x=180-2\*x], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x=180-2\*x], [x]) → ctrl+enter。

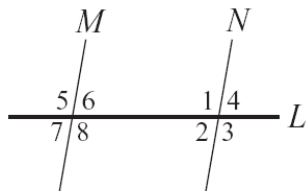
(%o1) [x=60]

$$y = 180 - 2 \times 60 = 180 - 120 = 60。$$

**P. 148 4-1 自我評量**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

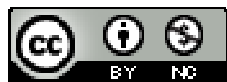
1.(C)如下圖，L 是 M、N 的截線，下列哪一個條件不一定能推得 M//N？

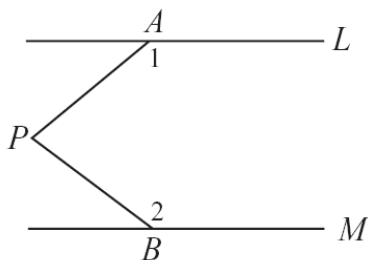


- (A)  $\angle 8 = \angle 3$
- (B)  $\angle 6 + \angle 1 = 180^\circ$
- (C)  $\angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$
- (D)  $\angle 6 = \angle 2$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.如下圖，L//M，計算  $\angle 1 + \angle 2 + \angle APB$ 。





可於 L 和 M 之間加入一條垂直線，且其兩交點會和 A、P、B 三點形成一五邊形，五邊形的內角和為  $180 \times (5-2) = 540$ ，所以  $\angle 1 + \angle 2 + \angle APB = 540 - 180 = 360^\circ$ 。

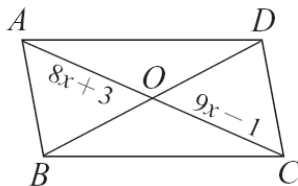
此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 已知一平行四邊形 ABCD 的周長為 62，若  $\overline{BC} - \overline{AB} = 9$ ，則  $\overline{AD} = \underline{20}$ 。

設  $\overline{BC} = \overline{AD} = x$ ， $\overline{AB} = 31 - x$ ， $x - (31 - x) = 9$ ， $x = 20$ 。

4. 如下圖，平行四邊形 ABCD 的兩對角線相交於 O，且  $\overline{OA} = 8x + 3$ ， $\overline{OC} = 9x - 1$ ，則

$\overline{AC} = \underline{70}$ 。



$$8x + 3 = 9x - 1$$

(%i1) solve([8\*x+3=9\*x-1], [x]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([8\*x+3=9\*x-1],[x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=4]

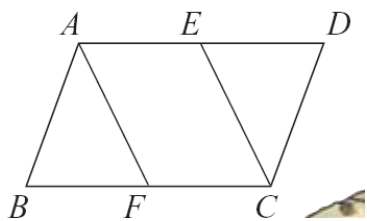
$$\overline{AC} = 35 \times 2 = 70$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5. 如下圖，平行四邊形 ABCD 中，E、F 分別為  $\overline{AD}$  和  $\overline{BC}$  的中點，試說明四邊形 AFCE 是平行四邊形。







由於 ABCD 本身就是平行四邊形，所以，可知  $\overline{AE} \parallel \overline{FC}$ ，且都為中點，

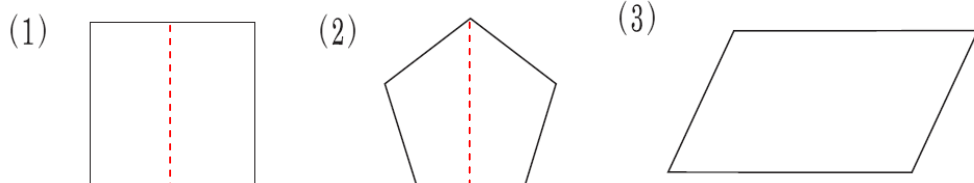
因此， $\overline{AE} = \overline{FC}$ ，所以可證明四邊形 AFCE 是平行四邊形。

第 4 章 幾何圖形 4-2 線對稱與幾何圖形

P. 152 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

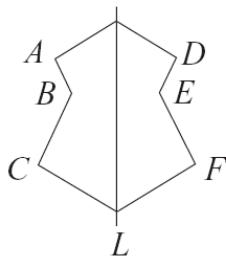
下列各圖中，哪些是線對稱圖形？如果是，請將對稱軸畫出來。(1)、(2)。



P. 152 隨堂練習

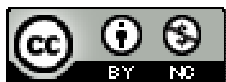
此題無法直接使用 Maxima 軟體

L 是右圖的對稱軸，試問 L 是下列哪些線段的中垂線？(1)和(3)。



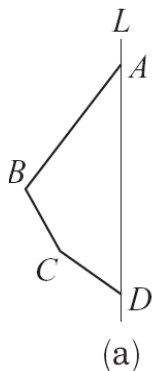
- (1)  $\overline{AD}$
- (2)  $\overline{AE}$
- (3)  $\overline{BE}$
- (4)  $\overline{BF}$

P. 152 例 1



此題無法直接使用 Maxima 軟體

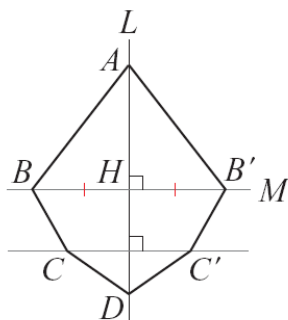
1. 試畫出圖(a)中四邊形 ABCD 對 L 的線對稱圖形。



1. 因為 A、D 在對稱軸 L 上，所以它們的對稱點就是 A、D 本身。由於 L 是對稱軸，因此若取 B' 為 B 的對稱點，則 L 必須是  $\overline{BB'}$  的中垂線。

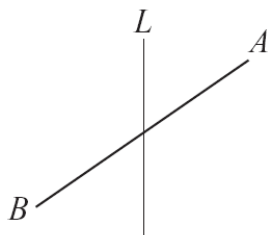
因此要找出 B' 點，可先作一通過 B 點的直線 M，交 L 於 H，而且  $M \perp L$ 。然後於 L 的另一側，在 M 上取 B'，使得  $\overline{BH} = \overline{B'H}$ 。以同樣的方法，可取得 C'。

因此  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$  對 L 上的對稱線段就是  $\overline{AB'}$ 、 $\overline{B'C'}$ 、 $\overline{C'D}$ ，故 ABCD 對 L 的線對稱圖形為 AB'C'D。當然我們也可以說六邊形 ABCDC'B' 是一個以 L 為對稱軸的線對稱圖形。



2. 試以 L 為對稱軸，畫出  $\overline{A'B'}$ ，使得  $\overline{A'B'}$  和  $\overline{AB}$  對 L 線對稱。

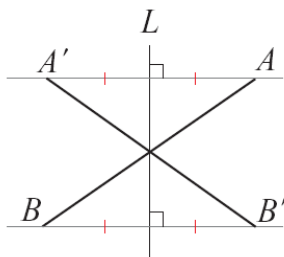




(b)

2.用 1 的方法，取  $A'$  為  $A$  的對稱點， $B'$  為  $B$  的對稱點，則  $\overline{A'B'}$  即所求。

注意到，對稱軸  $L$ 、 $\overline{AB}$  以及其對稱直線  $\overline{A'B'}$  相交於同一點。

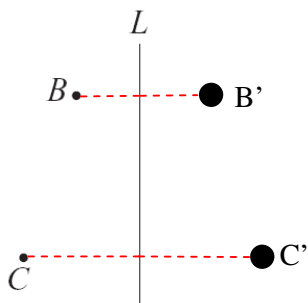


**P. 153 隨堂練習**

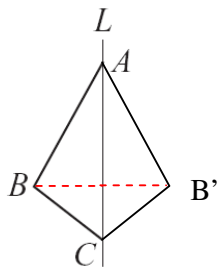
此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.如下圖，以  $L$  為對稱軸，試找出  $B$ 、 $C$  的對稱點  $B'$ 、 $C'$ 。  $\overline{BB'}$  會平行於  $\overline{CC'}$  嗎？

$\overline{BB'}$  會平行於  $\overline{CC'}$ 。



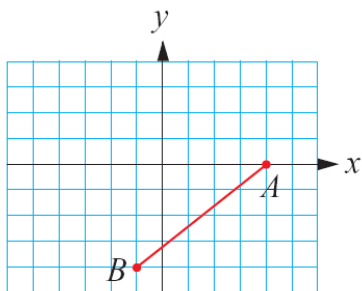
2.如下圖，以  $L$  為對稱軸，試找出  $B$  的對稱點  $B'$ 。四邊形  $ABCB'$  的邊長彼此之間有什麼特別的關係？



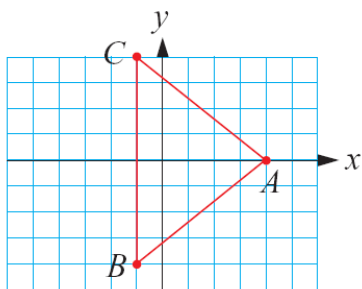
**P. 154 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，在坐標平面上找出點  $C$ ，使得  $\triangle ABC$  是以  $x$  軸為線對稱軸的等腰三角形。



相像我們把書頁對  $x$  軸對摺，很容易就知道， $C$  點是由  $B(-1,-4)$  往上走 8 格的點，也就是  $(-1,4)$ 。因此， $\triangle ABC$  就如下圖所示。同樣可以自行檢驗， $x$  軸的確是  $\overline{BC}$  的中垂線。

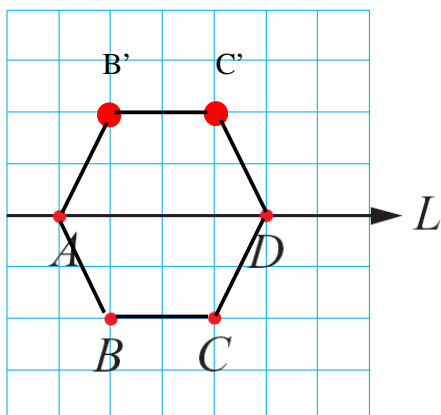


**P. 154 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



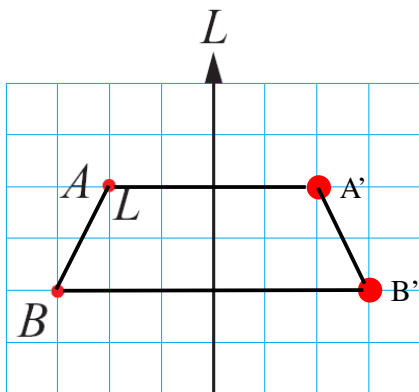
如下圖，找出 C'、B' 做出以 L 為對稱軸的六邊形 ABCDC'B'。



P. 155 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若有一四邊形是以 L 為對稱軸的線對稱圖，而且 A、B 兩點是其頂點，畫出此圖形，此四邊形是等腰梯形嗎？此四邊形是等腰梯形。

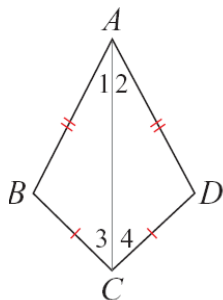


P. 156 例 3

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，在箏形 ABCD 中， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，說明  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 。



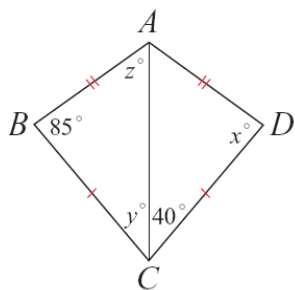


由於  $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，再加上  $\overline{AC} = \overline{AC}$ ，  
 因此，由三角形 SSS 全等性質，知道  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 。

**P. 156 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，求  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的值。



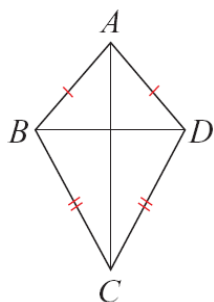
由於  $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，再加上  $\overline{AC} = \overline{AC}$ ，  
 所以，由三角形 SSS 全等性質，知道  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 。  
 因此， $x = 85^\circ$ ， $y = 40^\circ$ ， $z = 180^\circ - 85^\circ - 40^\circ = 55^\circ$ 。

**P. 157 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，在箏形 ABCD 中， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，說明  $\overline{AC}$  垂直平分  $\overline{BD}$ 。





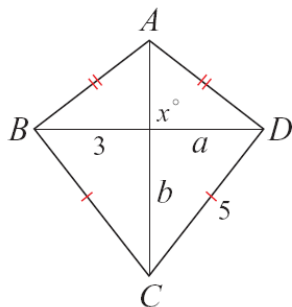
由於  $\overline{AB} = \overline{AD}$  ,  $\overline{CB} = \overline{CD}$  , 所以  $\overline{AC}$  是箏形 ABCD 的對稱軸 ,

又因為 B、D 互為對稱點 , 因此  $\overline{AC}$  是其連線段 BD 的中垂線 , 也就是說 ,  $\overline{AC}$  垂直平分  $\overline{BD}$  。

**P. 157 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖 ,  $\overline{AB} = \overline{AD}$  ,  $\overline{CB} = \overline{CD}$  , 求 x、a、b。



由於  $\overline{AB} = \overline{AD}$  ,  $\overline{CB} = \overline{CD}$  , 所以 ,  $\overline{AC}$  是箏形 ABCD 的對稱軸 , 因此 ,  $a=3$  ,

又因為 B、D 互為對稱點 , 因此  $\overline{AC}$  是其連線段 BD 的中垂線 , 也就是說 ,  $\overline{AC}$  垂直平分  $\overline{BD}$  , 因此 ,  $x=90^\circ$  ,

而  $b = \sqrt{5^2 - 3^2}$

(%i1) solve([b=sqrt(5^2-3^2)], [b]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表



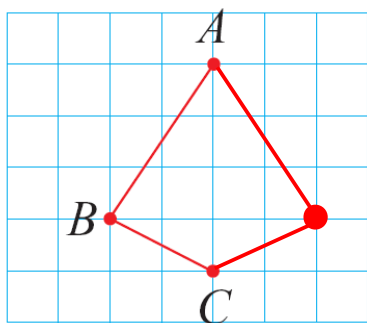
示求解，輸入  $\text{solve}([b=\text{sqrt}(5^2-3^2)], [b])$   
→ ctrl+enter。

(%o1) [b=4]

**P. 158 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

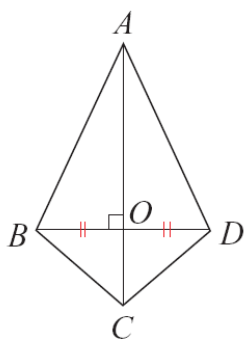
如下圖，完成此箏形 ABCD。



**P. 158 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，在四邊形 ABCD 中，若  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，而且  $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，說明 ABCD 為箏形。



因為  $\overline{AC}$  垂直平分  $\overline{BD}$ ，所以  $\overline{AC}$  是  $\overline{BD}$  的對稱軸，

因此  $\overline{AD}$ 、 $\overline{CD}$  分別是  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CB}$  的對稱邊，由此可知  $\overline{AB} = \overline{AD}$ 、 $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，

所以四邊形 ABCD 是箏形。





**P. 159 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

同例 5，改用畢氏定理，說明  $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ 。

根據畢氏定理， $\overline{AB}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{AO}^2$ ，但  $\overline{OB} = \overline{OD}$  且  $\overline{AO} = \overline{AO}$ ，所以  $\overline{AB} = \overline{AD}$

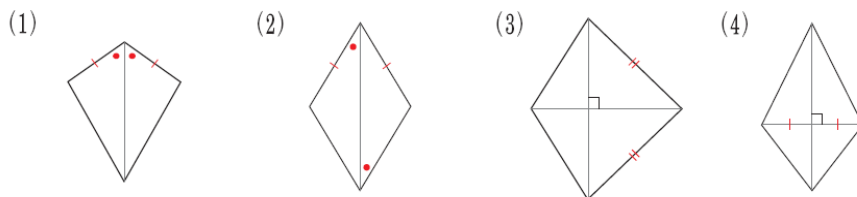
同理， $\overline{CB}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2$ ，但  $\overline{OB} = \overline{OD}$  且  $\overline{OC} = \overline{OC}$ ，所以  $\overline{CB} = \overline{CD}$

所以四邊形 ABCD 是箏形。

**P. 159 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

根據下列四邊形給定的邊角條件，哪些一定是箏形？(3)、(4)。

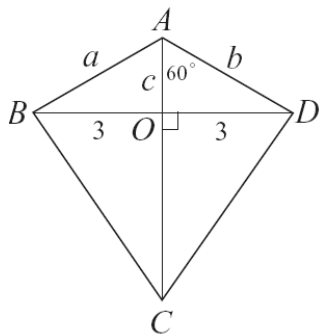


★如果有兩組鄰邊相等，則稱為箏形。

**P. 159 例 6**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，在四邊形 ABCD 中， $\overline{OB} = \overline{OD} = 3$ ， $\angle COD = 90^\circ$ ， $\angle OAD = 60^\circ$ ，求 a、b、c。



由於  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\angle OAD = 60^\circ$ ，因此  $\triangle DAO$  分別為  $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$  三角形，



由邊長的連比性質知道， $c : 3 : b = 1 : \sqrt{3} : 2$ ，

由  $c : 3 = 1 : \sqrt{3}$ ，知  $c = \frac{3 \times 1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ ，

由  $c : b = 1 : 2$ ，知  $b = 2c = 2\sqrt{3}$ ，

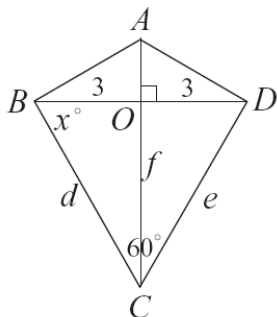
又由於  $\overline{OB} = \overline{OD} = 3$ ，且  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$  的對稱軸，或說  $\overline{AC}$  是  $\overline{BD}$  的中垂線，

所以  $a = b$ ，因此  $a = b = 2\sqrt{3}$ 。

**P. 160 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

續上題，若知道  $\angle BCD = 60^\circ$ ，求  $x$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$ 。



$\angle BCO = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$ ， $x = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，  
 $\triangle CBO$  分別為  $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$  三角形，

由邊長的連比性質知道， $3 : f : d = 1 : \sqrt{3} : 2$ ，

由  $3 : f = 1 : \sqrt{3}$ ，知  $\frac{f}{3} = \sqrt{3}$ ，所以， $f = 3\sqrt{3}$ ，

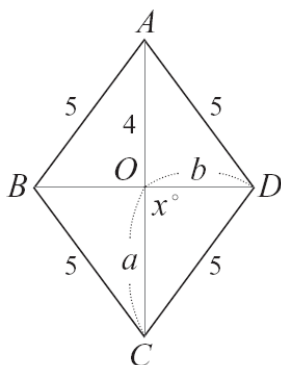
由  $3 : d = 1 : 2$ ，知  $d = 6$ 。

**P. 161 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5$ ， $\overline{OA} = 4$ ，求  $x$ 、 $a$ 、 $b$  的值。





$$\overline{OB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3,$$

$\overline{AC}$  為  $\overline{OB}$  和  $b$  的對稱線，因此， $\overline{OB} = b = 3$ ，

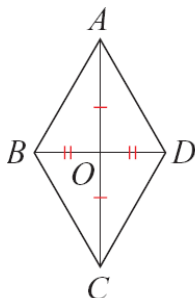
$\overline{BD}$  為  $\overline{AO}$  和  $a$  的對稱線，因此， $\overline{AO} = a = 4$ ，

$x = 90^\circ$  (直角)。

**P. 162 例 7**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，四邊形 ABCD 中，若  $\overline{AD} \perp \overline{BD}$ ，而且  $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，說明 ABCD 為菱形。



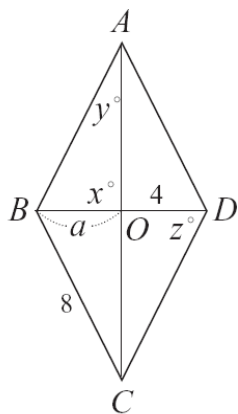
由於兩對角線互相垂直平分，這表示  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  互為對方之對稱軸，所以四邊形 ABCD 的四邊皆相等，因此是菱形。

**P. 163 例 8**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



如下圖，若  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  為四邊形 ABCD 的對稱軸，求 a、x、y、z 的值。



由於  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  為四邊形 ABCD 的對稱軸，

因此  $x=90$ ， $a=4$ ，

而且  $\overline{BD}=2a=8$ ，

另外  $\overline{CD}=\overline{CB}=8$ ，

可知  $\triangle BCD$  和  $\triangle BAD$  都是正三角形，

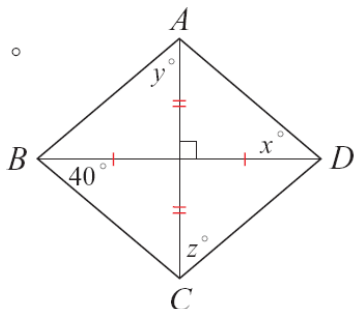
因此  $z=60$ ，

且  $y=60 \times \frac{1}{2} = 30$ 。

**P. 163 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  互相垂直平分，求 x、y、z 的值。

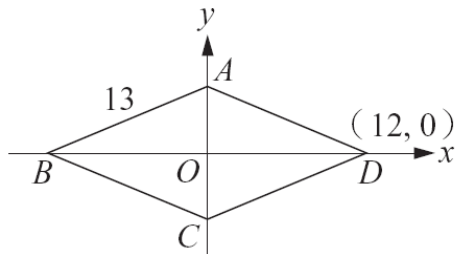


$x=40^\circ$  ,  $z=180^\circ-90^\circ-40^\circ=50^\circ$  ,  $y=z=50^\circ$  。

**P. 164 例 9**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，坐標平面上有一菱形 ABCD，且 x 軸和 y 軸為其對稱軸，求 A、B、C 點的坐標。



由於 B、D 互為對稱於 y 軸之對稱點，因此  $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，所以 B 的坐標為(-12,0)。

又因為  $\overline{AD} = \overline{AB} = 13$ ， $\overline{OD} = 12$ ，

由畢氏定理得  $\overline{OA} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{OD}^2} = \sqrt{169 - 144} = 5$

(%i1) sqrt(169-144); ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(169-144) → ctrl+enter。

(%o1) 5

因此，A 的坐標為(0,5)，而且 A、C 互為對 x 軸之對稱點，所以  $\overline{OA} = \overline{OC}$ ，

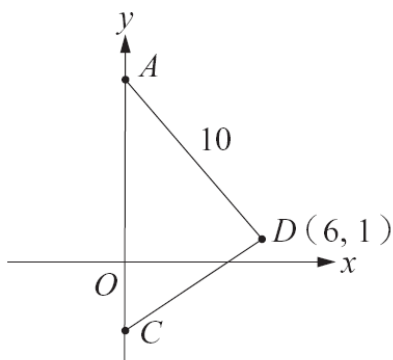
因此，C 的坐標為(0,-5)。

**P. 164 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，坐標平面上有 A、C、D 三點。





(1)求 A 的坐標。

$$\sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$$

A 的坐標為  $8-1=7$ 。

(2)求 B 的坐標，使得四邊形 ABCD 為以 y 軸為對稱軸的箏形。

B 點坐標是 D 的對稱點為  $(-6,1)$ 。

(3) $\overline{BD}$  是否平行於 x 軸。是。

**P. 165 例 10**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

利用線對稱的特性，說明矩形的對角線平分且等長。

如下圖，由於矩形 ABCD 對直線 L 和 M 對稱，所以，對角線  $\overline{BD}$  經由線對稱後，

會得到另外一條對角線  $\overline{AC}$ 。

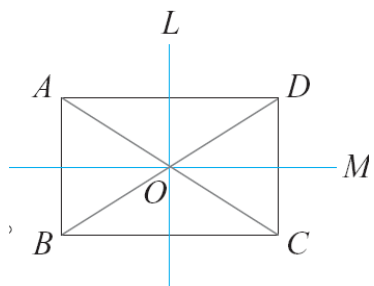
因此， $\overline{BD} = \overline{AC}$ ，

但因為  $\overline{BD}$  和  $\overline{AC}$  的交點必須在對稱軸上，因此就是 L 和 M 的交點 O。

於是  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$ ，

所以矩形的兩條對角線平分且等長。

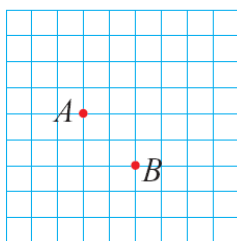




**P. 166 例 11**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

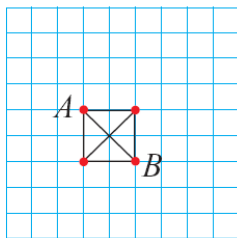
如下圖，在格子紙上找出可能的另兩個頂點，使得這四點及其連線構成一正方形。



由於四邊形兩頂點的關係可能是相鄰也可能是對角線的端點，所以要分成兩種情況討論。

(1)  $\overline{AB}$  是對角線：

由正方形「兩對角線互相垂直平分且等長的性質」或直接從圖形，很容易看出另外兩個頂點的位置（如下圖）。

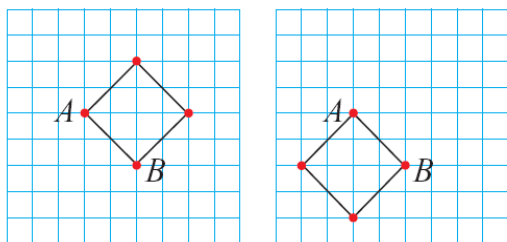


(2)  $\overline{AB}$  為正方形的一邊：

因為與  $\overline{AB}$  相鄰的邊必須垂直於  $\overline{AB}$  並與  $\overline{AB}$  等長，所以如下圖的兩種取法，都

以做出以  $\overline{AB}$  為一邊的正方形。

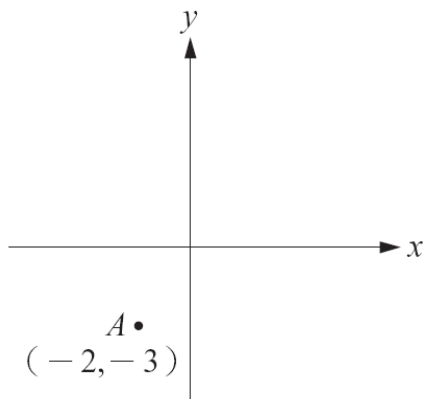




**P. 167 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，在坐標平面上有一點 A，坐標為(-2,-3)，找出三點 B、C、D，使得四邊形 ABCD 是以 x 軸、y 軸為對稱軸的矩形。



以 y 軸為對稱線，可找出 A 的對稱點假設為 B(2,-3)，  
 以 x 軸為對稱線，可找出 A 的對稱點假設為 D(-2,3)，  
 以 x 軸為對稱線，可找出 B 的對稱點假設為 C(2,3)。

**P. 167 例 12**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如果一個四邊形，既是矩形，又是菱形，說明此四邊形一定是正方形。  
 一個矩形的四角一定是直角，而一個菱形必定四邊相等。既然這個四邊形既是矩形又是菱形，所以是一個四邊相等、四角都是直角的四邊形，因此這個四邊形是正方形。

**P. 168 隨堂練習**





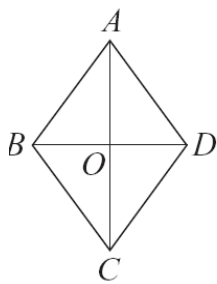
此題無法直接使用 Maxima 軟體

如果一個四邊形，既是箏形，又是平行四邊形，試說明它一定是菱形。  
箏形定義：兩雙鄰邊分別相等；平行四邊形定義：兩雙對邊分別相等  
然而，菱形的定義：四邊相等，所以既是箏形又是平行四邊形的話，一定會是菱形。

P. 170 4-2 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.如下圖，四邊形 ABCD 為一菱形，已知  $\overline{AB}=15$ ， $\overline{AC}=24$ ，求  $\overline{BD}$ 。



$$\overline{AO} = \overline{AC} \div 2 = 24 \div 2 = 12,$$

利用畢氏定理求  $\overline{BO} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$

(%i1) sqrt(15^2-12^2);    ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(15^2-12^2)  
→ ctrl+enter。

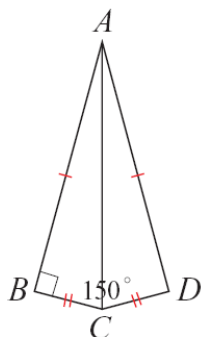
(%o1) 9

因此， $\overline{BD} = 9 \times 2 = 18$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.如下圖，已知  $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ， $\angle BCD = 150^\circ$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，求  $\angle CAD$ 。





$\angle BCA = 150^\circ \div 2 = 75^\circ$  ,  
 $\angle CAB = 180^\circ - 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$  , 而  $\angle CAD = \angle CAB = 15^\circ$  。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 在空格中填入適當的圖形號碼。(注意到正方形、長方形、菱形都是平行四邊形，以此類推。)

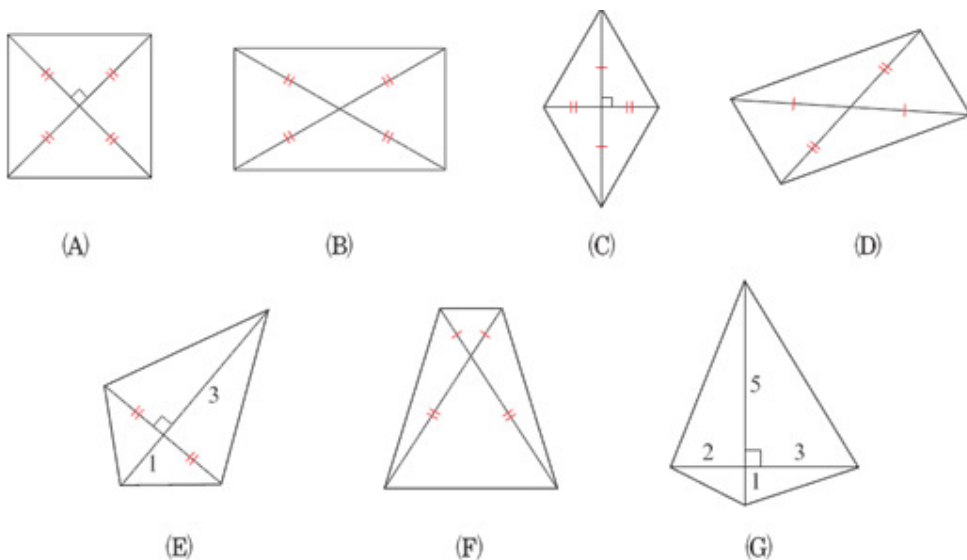
平行四邊形： A、B、C、D

正方形： A

菱形： A、C

長方形： A、B

箏形： A、C、E



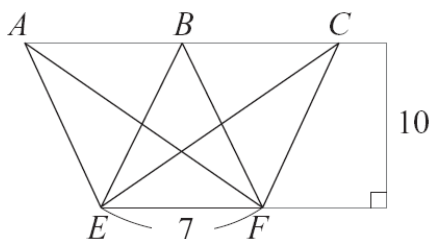
第 4 章 幾何圖形 4-3 周長與面積



P. 172 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖， $\triangle AEF$ 、 $\triangle BEF$ 、 $\triangle CEF$  的底  $\overline{EF}=7$ ， $\overline{EF}$  上的高都是 10，求  $\triangle AEF$ 、 $\triangle BEF$ 、 $\triangle CEF$  的面積。哪一個三角形的面積最大？

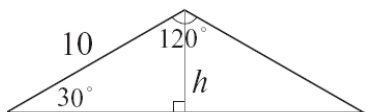


$\triangle AEF$  的面積 =  $\triangle BEF$  的面積 =  $\triangle CEF$  的面積 =  $7 \times 10 \div 2 = 35$  平方單位。

P. 172 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，求三角形的面積。(提示：先求長邊上的高 h)



由邊長的連比性質知道， $h : x : 10 = 1 : \sqrt{3} : 2$ ，

由  $h : 10 = 1 : 2$ ，知  $10 = 2h$ ，因此， $h = 5$ ，

由  $x : 10 = \sqrt{3} : 2$ ，知  $10\sqrt{3} = 2x$ ，因此， $x = \frac{10\sqrt{3}}{2}$ ，

底 =  $\frac{10\sqrt{3}}{2} \times 2 = 10\sqrt{3}$ ，

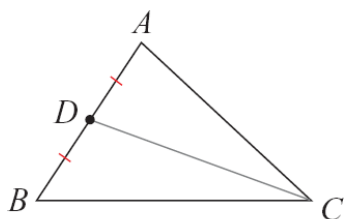
因此，三角形的面積 =  $10\sqrt{3} \times 5 \div 2 = 25\sqrt{3}$  平方單位。

P. 172 例 1

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，D 為  $\overline{AB}$  的中點，若  $\triangle ABC$  的面積為 6，求  $\triangle ADC$  的面積。





因為，D 是  $\overline{AB}$  的中點，所以， $\overline{AB} = 2\overline{AD}$ 。但因為  $\triangle ABC$  在  $\overline{AB}$  上的高等於  $\triangle ADC$

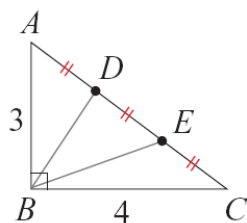
在  $\overline{AD}$  的高，由三角形面積公式知， $\triangle ABC$  的面積是  $\triangle ADC$  的兩倍。

因此， $\triangle ADC$  的面積  $= 6 \times \frac{1}{2} = 3$ 。

**P. 173 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，D、E 把  $\overline{AC}$  三等分，求  $\triangle BDC$  的面積。



$\triangle ABC$  的面積為  $4 \times 3 \div 2 = 6$ ，

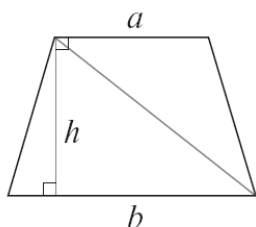
而  $\triangle BDC$  的面積為  $(6 \div 3) \times 2 = 4$  平方單位。

**P. 173 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

利用右圖的分割，試說明梯形面積  $= \frac{(a+b)h}{2}$ 。



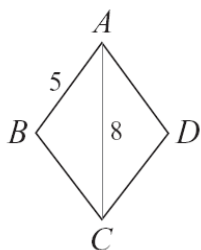


上半個三角形為  $axh \div 2$ ，下半個三角形為  $bxh \div 2$ ，  
 所以面積和為  $\frac{(a+b)h}{2}$ 。

**P. 174 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，ABCD 為一菱形， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ，求對角線  $\overline{BD}$  的長及 ABCD 的面積。



$8 \div 2 = 4$ ，

畢氏定理可知  $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

(%i1) sqrt(5^2-4^2);    ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(5^2-4^2) → ctrl+enter。

(%o1) 3

$\overline{BD} = 3 \times 2 = 6$ ，

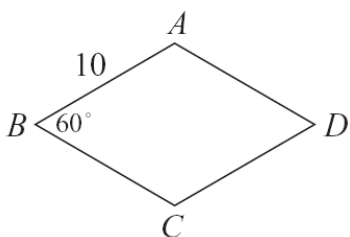
將此菱形切成四等相同三角形，其中一個三角形面積為  $3 \times 4 \div 2 = 6$ ，  
 ABCD 的面積為  $6 \times 4 = 24$  平方單位。

**P. 174 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，ABCD 為邊長 10 的菱形，若已知  $\angle B = 60^\circ$ ，求 ABCD 的面積。



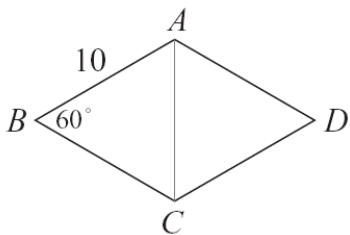


如下圖，連接對角線  $\overline{AC}$ ，由菱形邊長相等的性質，可知 $\triangle ABC$  為頂角  $60^\circ$  的等腰三角形，因此是一個邊長為 10 的正三角形。

所以， $\triangle ABC$  面積 =  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$ ，

又  $\overline{AC}$  為此菱形的對稱軸，因此  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，

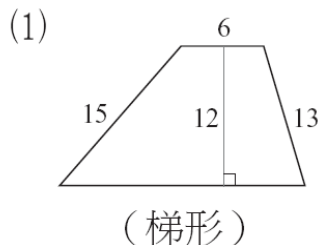
則菱形 ABCD 面積 =  $25\sqrt{3} \times 2 = 50\sqrt{3}$ 。



**P. 174 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

求下列各四邊形的面積：



左邊底為  $\sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ ，

(%i1) sqrt(15^2-12^2); ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(15^2-12^2)



→ ctrl+enter。

(%o1) 9

右邊底為  $\sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ ，

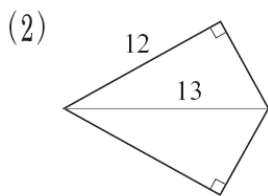
(%i2) sqrt(13^2-12^2); ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(13^2-12^2)

→ ctrl+enter。

(%o2) 5

底為  $9+6+5=20$ ，

因此，梯形面積為  $(6+20) \times 12 \div 2 = 156$  平方單位。

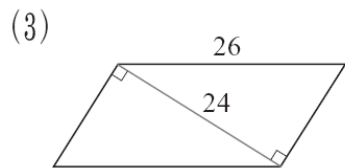


( 箏形 )

底為  $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ ，

一邊三角形面積為  $5 \times 12 \div 2 = 30$ ，

因此，箏形面積為  $30 + 30 = 60$  平方單位。



( 平行四邊形 )

底為  $\sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{676 - 576} = \sqrt{100} = 10$ ，

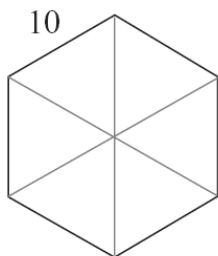
平行四邊形面積為  $10 \times 24$  平方單位。

**P. 175 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一邊長為 10 的正六邊形，求其面積。





由圖知道，此正六邊形可分割成 6 個邊長為 10 的正三角形，

因為，正三角形面積 =  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{邊長})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$ ，

所以，正六邊形面積 =  $25\sqrt{3} \times 6 = 150\sqrt{3}$ 。

**P. 175 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若一正六邊形邊長為 6，求其面積。

由圖知道，此正六邊形可分割成 6 個邊長為 6 的正三角形，

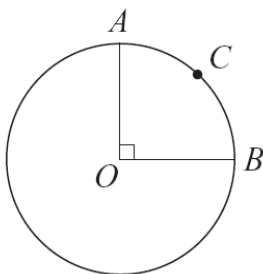
因為，正三角形面積 =  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{邊長})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$ ，

所以，正六邊形面積 =  $9\sqrt{3} \times 6 = 54\sqrt{3}$ 。

**P. 176 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，若圓心角是  $90^\circ$ ，則所對的  $\widehat{ABC}$  是圓的幾分之幾？  $\frac{1}{4}$





**P. 177 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.如果一圓的半徑為  $r$ ，求  $90^\circ$  圓心角所對的弧長。

★弧長=圓周長 $(2\pi r)\times\frac{\text{弧所對圓心角度數}}{360}$

$$\text{弧長}=2\pi r\times\frac{90}{360}=\frac{\pi r}{2}。$$

2.如果一圓中  $120^\circ$  圓心角所對的弧長為 8，求此圓的周長。

★弧長=圓周長 $(2\pi r)\times\frac{\text{弧所對圓心角度數}}{360}$

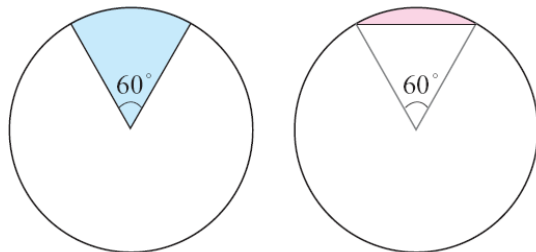
$$8=\text{圓周長}\times\frac{120}{360} \rightarrow 8=\text{圓周長}\times\frac{1}{3}$$

因此，圓周長=24。

**P. 177 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

右圖為圓心角是  $60^\circ$  的扇形與弓形，已知半徑為 100，求此扇形與弓形的周長。



★弧長=圓周長 $(2\pi r)\times\frac{\text{弧所對圓心角度數}}{360}$

扇形：

$$\text{弧長}：2\times\pi\times 100\times\frac{60}{360}=\frac{100}{3}\pi，$$

$$\text{因此，扇形的周長為 } 200+\frac{100}{3}\pi。$$

弓形：

$$\text{弧長}：2\times\pi\times 100\times\frac{60}{360}=\frac{100}{3}\pi，$$



因此，弧長的周長為  $100 + \frac{100}{3} \pi$ 。

**P. 178 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 有一扇形半徑為 20 公分，其所對弧長為 10 公分，求此扇形面積。

★扇形面積 =  $\frac{\text{半徑} \times \text{弧長}}{2}$

$\frac{20 \times 10}{2} = 100$  平方公分。

2. 已知一圓的半徑為 10 公分，求圓心角為 60° 的扇形面積。

★扇形面積 = 圓面積  $\times \frac{\text{扇形圓心角度數}}{360}$

60° 圓心角的扇形面積 = 圓面積  $\times \frac{60}{360} = \pi \times (10)^2 \times \frac{60}{360} = \frac{50}{3} \pi$  平方公分。

**P. 179 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 已知一圓的面積為 120 平方公分，求圓心角為 120° 的扇形面積。

★扇形面積 = 圓面積  $\times \frac{\text{扇形圓心角度數}}{360}$

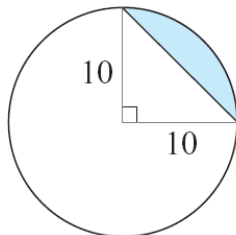
120° 圓心角的扇形面積 = 圓面積  $\times \frac{120}{360} = 120 \times \frac{120}{360} = 40$  平方公分。

2. 有一扇形半徑為 30 公分，其弧長為 20 公分，求此扇形面積。

★扇形面積 =  $\frac{\text{半徑} \times \text{弧長}}{2}$

$\frac{30 \times 20}{2} = 300$  平方公分。

3. 如下圖，有一半徑是 10 的圓，求其 90° 圓心角所對的弓形面積。



★扇形面積=圓面積× $\frac{\text{扇形圓心角度數}}{360}$

$$10 \times 10 \times \pi \times \frac{90}{360} = 25\pi,$$

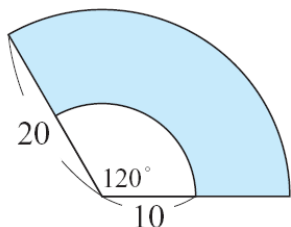
★弓形面積=扇形面積-三角形面積

$$25\pi - 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 25\pi - 50 \text{ 平方公分。}$$

**P. 179 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有兩  $120^\circ$  圓心角的扇形，其半徑分別為 10 公分和 20 公分，求藍色區域的周長與面積。



藍色區域周長= (大扇形弧長) + (小扇形弧長) + 2× (兩半徑之差)

$$= 2\pi \times 20 \times \frac{120}{360} + 2\pi \times 10 \times \frac{120}{360} + 2 \times (20 - 10)$$

$$= 2\pi \times 10 + 20 = 20\pi + 20 \text{ (公分)。}$$

藍色區域面積= (大扇形面積) - (小扇形面積)

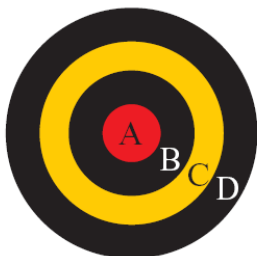
$$= \pi \times 20^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 10^2 \times \frac{120}{360} = 100\pi \text{ (平方公分)。}$$

**P. 180 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

哥哥射飛鏢，標靶如下圖所示，各圓的半徑分別為 10、20、30、40(公分)。





(1)求黃色環形區域 C 的面積。

C 的面積= (C 的面積) - (B 的面積)

$$=30 \times 30 \times \pi - 20 \times 20 \times \pi = 500 \pi \text{ (平方公分)}。$$

(2)求 A、B 兩區域的面積比。

A 的面積 : B 的面積 (B 的面積 - A 的面積) =  $10 \times 10 \times \pi : (20 \times 20 \times \pi - 10 \times 10 \times \pi)$

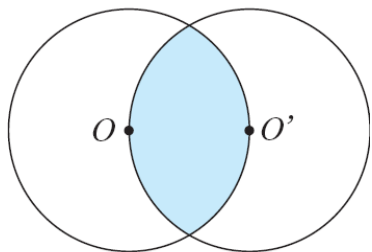
$$= 100 \pi : (400 \pi - 100 \pi)$$

$$= 100 \pi : 300 \pi = 1 : 3$$

**P. 180 例 6**

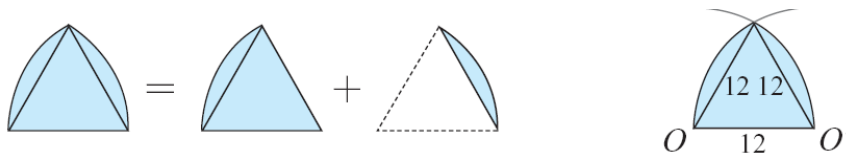
此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有兩半徑同為 12 的圓 O 與圓 O'，求兩圓相交的藍色區域面積。




由右圖知  $\overline{OO'}$  是圓 O 與圓 O' 的半徑，因此  $\overline{OO'} = 12$ 。

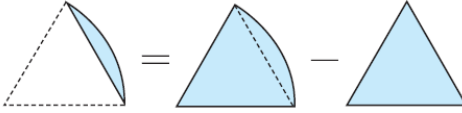
觀察右圖，知藍色區域上半部的面積滿足下列等式：

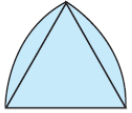


但  $\triangle OO'A$  為正三角形，因此  $\angle OO'A = 60^\circ$ 。



所以，扇形面積   $= \pi \times 12 \times 12 \times \frac{60}{360} = 24\pi$ ，

而弓形面積   $= 24\pi - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12 \times 12 = 24\pi - 36\sqrt{3}$ ，

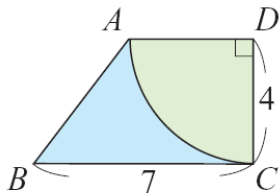
因此，  $= 24\pi + (24\pi - 36\sqrt{3}) = 48\pi - 36\sqrt{3}$ ，

所以，整個藍色區域面積為  $(48\pi - 36\sqrt{3}) \times 2 = 96\pi - 72\sqrt{3}$  (平方單位)。

**P. 181 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，四邊形 ABCD 為梯形，綠色區域為扇形，求藍色區域的面積。



梯形面積  $= (4+7) \times 4 \div 2 = 22$ ，

扇形面積  $= 4 \times 4 \times \pi \times \frac{1}{4} = 4\pi$ ，

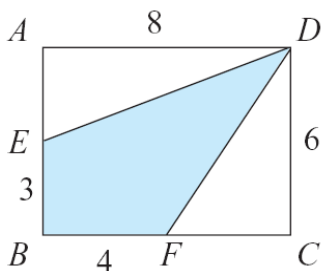
因此，藍色區域的面積  $=$  梯形面積  $-$  扇形面積  $= 22 - 4\pi$  (平方單位)。

**P. 183 4-3 自我評量**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 如下圖，有一矩形 ABCD， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{EB} = 3$ ， $\overline{BF} = 4$ ，求藍色區域之面積。

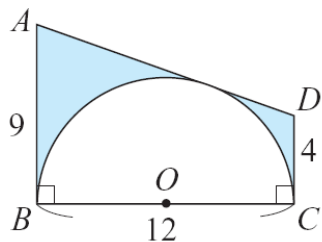




方形面積=6×8=48 平方單位，  
 左上白三角形面積=8×(6-3)÷2=12 平方單位，  
 右下白三角形面積=(8-4)×6÷2=12 平方單位，  
 藍色區域之面積=方形面積-左上白三角形面積-右下白三角形面積=48-12-12=24 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2.如下圖，ABCD 為一梯形， $\overline{BC}$  為半圓的直徑，且  $\overline{AD}$  只交半圓於一點， $\overline{AB}=9$ ， $\overline{CD}=4$ ， $\overline{BC}=12$ ，求藍色區域之面積。



梯形面積=(4+9)×12÷2=78 平方單位，  
 半圓的面積=(12÷2)×(12÷2)×π÷2=18π 平方單位，  
 藍色區域之面積=梯形面積-半圓的面積=78-18π 平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3.有一邊長為 10 的菱形，若其中一對角線長為  $10\sqrt{2}$ ，求此菱形面積。

★菱形面積=  $\frac{1}{2}$  (對角線相乘)

另一對角線的長為  $\sqrt{10^2 - (5\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2}$ ，

(%i1) sqrt(10^2-(5\*sqrt(2))^2); ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入



$\text{sqrt}(10^2-(5*\text{sqrt}(2))^2) \rightarrow \text{ctrl+enter} \circ$

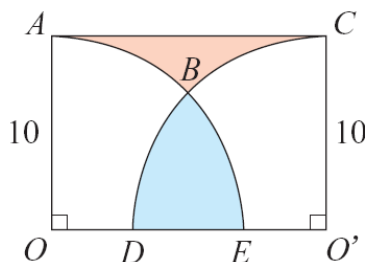
(%o1)  $5\sqrt{2}$

將  $5\sqrt{2}$  在乘以  $2=10\sqrt{2}$  ,

面積就為： $10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} = 200$  平方單位。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.如下圖，四邊形 AOO'C 為一矩形， $\widehat{ABE}$ 、 $\widehat{CBD}$  分別為以 O 與 O' 為圓心，半徑為 10 的弧。已知紅色區域面積等於藍色區域面積，求  $\overline{OO'}$ 。



設  $\overline{OO'}=x$ ，四邊形 AOO'C =  $10x =$  兩半圓面積相加 =  $10 \times 10 \times \pi \div 2 = 50\pi$

$10x = 50\pi$ ， $x = 5\pi$ 。

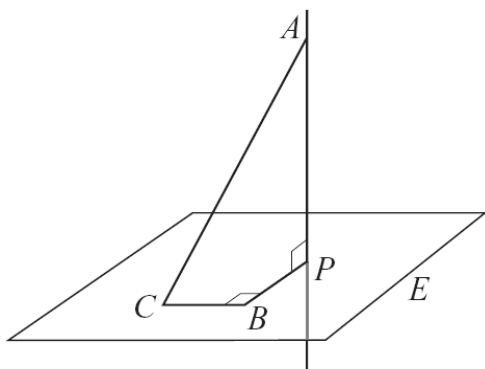
第 4 章 幾何圖形 4-4 表面積與體積  
P. 186 例 1

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，B、C、P 是平面 E 上的三點，且  $\overline{AP}$  垂直於平面 E。已知  $\overline{AP}=12$ ， $\overline{BC}=3$ ，

$\overline{BP}=4$ ，且  $\overline{BC} \perp \overline{BP}$ ，求  $\overline{AC}$ 。





連接  $\overline{CP}$ ，由上述性質知道， $\overline{CP}$  垂直於  $\overline{AP}$ ，

所以，可以得到兩直角三角形 ACP 與 BCP，

因此， $\overline{CP} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{BP}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

(%i1) sqrt(3^2+4^2);    ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(3^2+4^2) → ctrl+enter。

(%o1) 5

因為， $\overline{AC}$  為直角三角形 ACP 的斜邊，

所以， $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2} = 13$ 。

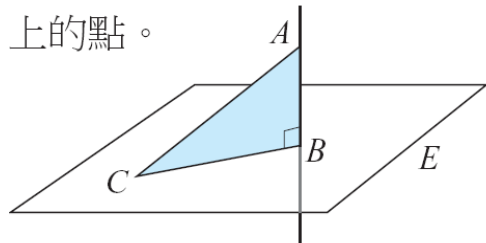
(%i2) sqrt(12^2+5^2);    ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(12^2+5^2) → ctrl+enter。

(%o2) 13

**P. 186 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 如下圖， $\overline{AB}$  垂直平面 E 於 B，C 是平面 E 上的點。已知  $\overline{AC} = 25$ ， $\overline{BC} = 20$ ，求  $\overline{AB}$ 。





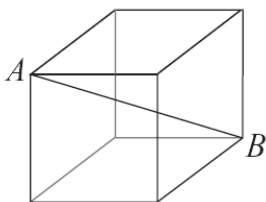
根據畢氏定理可知，

$$\overline{AB} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15。$$

(%i1) sqrt(25^2-20^2); ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(25^2-20^2) → ctrl+enter。

(%o1) 15

2.如下圖，有一邊長為 10 的正方體，求  $\overline{AB}$ 。



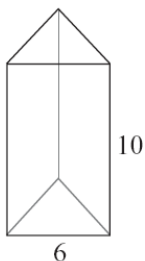
先求平面正方體對角線 =  $\sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{100 + 100} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$ ，

$$\overline{AB} = \sqrt{10^2 + 10\sqrt{2}^2} = \sqrt{100 + 200} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}。$$

**P. 188 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

右圖是高為 10 的正三角柱，若其底面的邊長為 6，求其體積。



★直柱體的體積=底面積×高=Ah

$$\text{★底面積} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{邊長})^2$$

因為，此直柱的底面是邊長為 6 的正三角形，

$$\text{所以，底面積} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}，$$

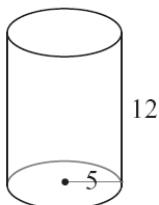
因此，直柱體的體積=底面積×高 =  $9\sqrt{3} \times 10 = 90\sqrt{3}$ 。



**P. 188 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，直圓柱底圓的半徑為 5，高是 12，求此直圓柱的體。



★直柱體的體積=底面積×高=Ah

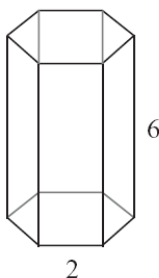
底面積=5×5×π=25π，

直柱體的體積=25π×12=300π。

**P. 189 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一正六角柱的底面是邊長為 2 的正六邊形，高是 6，求此正六角柱的(1)底面積(2)體積(3)表面積。



(1)由右圖可知，一個正六邊形是由六個正三角形所組成，且每一三角形之邊長皆等於該六邊形的邊長。

因此，利用正三角形面積公式可得原正六角柱的底面積=6× $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = 6\sqrt{3}$ 。



(2)體積=底面積×高=6√3×6=36√3。

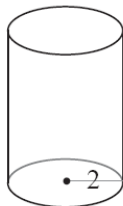


(3)表面積=六個側面矩形的面積和+兩底面積和= $6 \times 2 \times 6 + 6 \sqrt{3} \times 2 = 72 + 12\sqrt{3}$ 。

**P. 190 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一形如直圓柱、底面半徑 2 公分的容器。



(1)求容器的底面積。

底面積= $2 \times 2 \times \pi = 4\pi$ 。

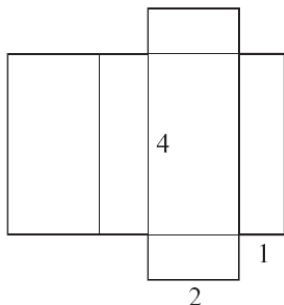
(2)將 50 立方公分的水倒入該容器，若水未溢出，求水的高度。

體積=底面積 $\times$ 高  $\rightarrow 50 = 4\pi \times$ 高，因此，高= $\frac{50}{4\pi}$ 。

**P. 190 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一直柱體的展開圖，求此直柱體的表面積與體積。



將此展開圖還原的直柱體為長方體，且其三邊為 4、2、1，

長方體的體積= $4 \times 2 \times 1 = 8$ ，

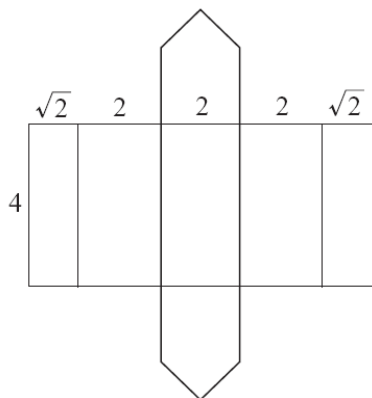
長方體的表面積= $2 \times (2 \times 1 + 1 \times 4 + 2 \times 4) = 28$ 。

**P. 190 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



如下圖，有一直柱體的展開圖。



(1)求此直柱體的上、下底面積。

底的三角形高 =  $\sqrt{\sqrt{2}^2 - 1^2} = \sqrt{2-1} = \sqrt{1} = 1$ ，

底的三角形面積 =  $2 \times 1 \div 2 = 1$ ，

底的正方形面積 =  $2 \times 2 = 4$ ，

上底面積 = 下底面積 = 底的三角形面積 + 底的正方形面積 =  $4 + 1 = 5$ 。

(2)求此直柱體的體積。

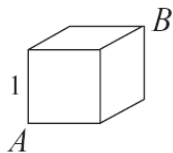
★直柱體的體積 = 底面積  $\times$  高 =  $Ah$

$5 \times 4 = 20$ 。

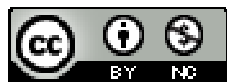
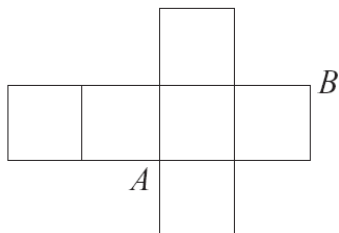
**P. 191 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一邊長為 1 的正方體，如果只在正方體表面移動，求從 A 走到 B 的最短距離。



先作出正方體的展開圖，如下圖。



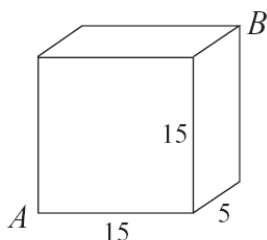
由圖可知，從 A 到 B 的最短距離就是  $\overline{AB}$ ，

因此， $\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ 。

**P. 191 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一邊長 15、5、15 的長方體，如果只在長方體表面移動，求 A 走到 B 的最短距離。

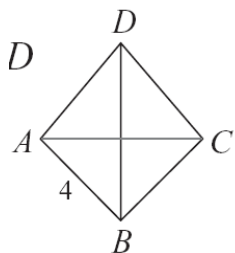


$$\overline{AB} = \sqrt{(15+5)^2 + 15^2} = \sqrt{400+25} = \sqrt{425}$$

**P. 192 例 6**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

右圖為一正三角錐，其中  $\triangle ABC$ 、 $\triangle BCD$ 、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACD$  皆為正三角形，若  $\overline{AB} = 4$  公分，求此正三角錐之表面積。



由於此正三角錐的四面皆為邊長 4 公分的正三角形，

而邊長為 4 的正三角形面積為  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$ ，

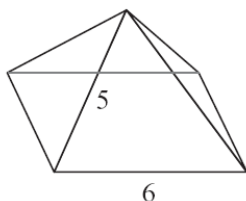
因此，此正三角錐之表面積  $= 4\sqrt{3} \times 4 = 16\sqrt{3}$  (平方公分)。



**P. 192 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一正四角錐之底面邊長為 6 公分，側面等腰三角形的腰為 5 公分，求此正四角錐側面的表面積。



等腰三角形的高 =  $\sqrt{5^2 - (6 \div 2)^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ ，

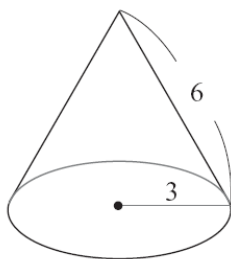
等腰三角形的面積 =  $6 \times 4 \div 2 = 12$ ，

正四角錐的面積 =  $12 \times 4 = 48$  (平方公分)。

**P. 193 例 7**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

右圖為一直圓錐，求其表面積。



★直圓錐表面積 =  $\pi \times \text{扇形半徑} \times \text{底圓半徑} + \text{底圓面積}$

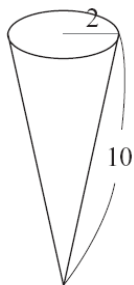
直圓錐表面積 =  $\pi \times 6 \times 3 + \pi \times 3 \times 3 = 18\pi + 9\pi = 27\pi$ 。

**P. 194 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一像冰淇淋甜筒之直圓錐形容器（不含底面），其開口處半徑為 2，求此容器之表面積。



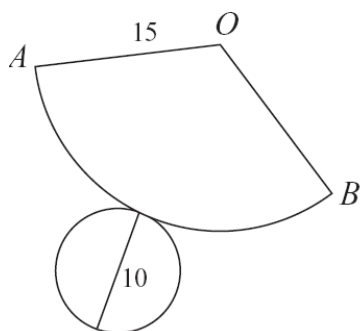


容器之表面積 =  $\pi \times 10 \times 2 = 20\pi$ 。

**P. 194 例 8**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一直圓錐的展開圖， $\overline{OA} = 15$ ，小圓直徑為 10，求弧 AB 的長及  $\angle AOB$ 。



★扇形的圓心角角度 =  $360^\circ \times \frac{\text{扇形的弧長}}{\text{半徑}a\text{的圓周長}} = 360^\circ \times \frac{2\pi r}{2\pi a} = 360^\circ \times \frac{r}{a}$

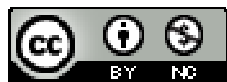
弧 AB 的長 = 底面圓的周長 =  $10\pi$ ，

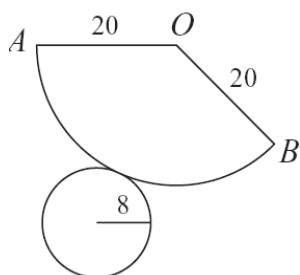
$a = 15$ ， $r = \frac{10}{2} = 5$ ， $\angle AOB = 360^\circ \times \frac{5}{15} = 120^\circ$ 。

**P. 194 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一直圓錐的展開圖， $\overline{OA} = 20$ ，底圓的半徑是 8，求





(1) 弧 AB 的長

弧 AB 的長 = 底面圓的周長 =  $8 \times 2 \times \pi = 16\pi$ 。

(2)  $\angle AOB$

$$a=20, r=8, \angle AOB = 360^\circ \times \frac{8}{20} = 144^\circ。$$

(3) 扇形面積。

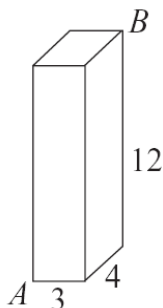
$$\star \text{扇形面積} = \frac{\text{弧長} \times \text{半徑}}{2} = \text{圓面積} \times \left( \frac{\text{扇形圓心角度數}}{360} \right)$$

$$\text{扇形面積} = \frac{16\pi \times 20}{2} = 160\pi。$$

### P. 183 4-3 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

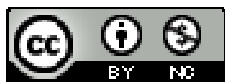
1. 右圖為一長方體，求  $\overline{AB}$  長。



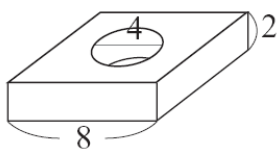
$$\overline{AB} = \sqrt{12^2 + (3+4)^2} = \sqrt{144 + 49} = \sqrt{193}。$$

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 如下圖，在一底面為正方形的正四角柱中間挖掉一個直徑為 4 的直圓柱，問剩下的體積是多少？







★直柱體的體積=底面積×高=Ah

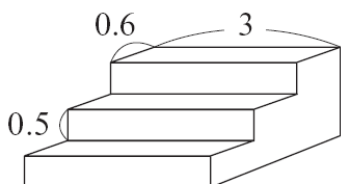
正方體體積=8×8×2=128，

圓柱體體積=4×4×π×2=32π，

剩下的體積=正方體體積-圓柱體體積=128-32π。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3.如下圖，有一個水泥階梯，任意相鄰兩面都互相垂直，階梯每階高 0.5 公尺，深 0.6 公尺，寬 3 公尺，求此水泥階梯的體積。



★直柱體的體積=底面積×高=Ah

第一水泥階梯體積=3×0.6×0.5=0.9，

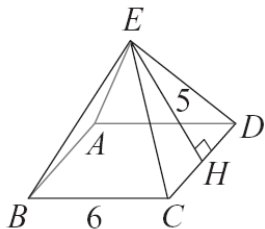
第二水泥階梯體積=3×0.6×(0.5+0.5)=1.8，

第三水泥階梯體積=3×0.6×(0.5+0.5+0.5)=2.7，

水泥階梯的體積=第一水泥階梯體積+第二水泥階梯體積+第三水泥階梯體積  
=0.9+1.8+2.7=5.4。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4.右圖為一正四角錐， $\overline{EH} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{EH}=5$ ，求此正四角錐的表面積。



底表面積=6×6=36，

三角形表面積=6×5÷2=15，

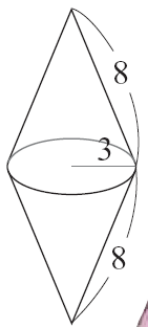
四個三角形表面積=15×4=60，



正四角錐的表面積=36+60=96。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

5.右圖為兩直圓錐疊合而成的立體圖形，求其表面積。



★直圓錐表面積=  $\pi \times$  扇形半徑  $\times$  底圓半徑 + 底圓面積

上直圓錐表面積=  $\pi \times 8 \times 3 + 3 \times 3 \times \pi = 24\pi + 9\pi = 33\pi$ ，

下直圓錐表面積=  $\pi \times 8 \times 3 + 3 \times 3 \times \pi = 24\pi + 9\pi = 33\pi$ ，

表面積=上直圓錐表面積+下直圓錐表面積-底圓面積=  $33\pi + 33\pi - 9\pi = 57\pi$ 。

