

以下將依據九年一貫數學部編教科書的章節內容，以 MAXIMA 軟體  
解答國中二年級上學期例題、隨堂練習及自我評量以供國中生參考

## 目錄

### 國中二年級上學期(第 3 冊)

#### 第 1 章 乘法公式與多項式

- 1-1 乘法公式
- 1-2 多項式與其加減
- 1-3 多項式的乘除

#### 第 2 章 畢氏定理與平方根

- 2-1 畢氏定理
- 2-2 平方根與近似值
- 2-3 根式的運算
- 2-4 畢氏定理的應用

#### 第 3 章 多項式的因式分解

- 3-1 乘法公式與提公因式法
- 3-2 十字交乘法

#### 第 4 章 一元二次方程式

- 4-1 用因式分解法求解
- 4-2 配方法與公式解
- 4-3 一元二次方程式的應用

### 國中二年級下學期(第 4 冊)

#### 第 1 章 數列與級數

- 1-1 等差數列
- 1-2 等差級數

#### 第 2 章 幾何圖形的角

- 2-1 三角形的角
- 2-2 多邊形的內角與外角
- 2-3 平行與垂直

#### 第 3 章 三角形的基本性質

- 3-1 全等的概念
- 3-2 SSS 全等與尺規作圖
- 3-3 三角形的邊角關係

#### 第 4 章 幾何圖形

- 4-1 平行四邊形
- 4-2 線對稱與幾何圖形
- 4-3 周長與面積
- 4-4 表面積與體積



## 國中二年級上學期(第 3 冊)

### 第 1 章 乘法公式與多項式

1-1 乘法公式

1-2 多項式與其加減

1-3 多項式的乘除

### 第 2 章 畢氏定理與平方根

2-1 畢氏定理

2-2 平方根與近似值

2-3 根式的運算

2-4 畢氏定理的應用

### 第 3 章 多項式的因式分解

3-1 乘法公式與提公因式法

3-2 十字交乘法

### 第 4 章 一元二次方程式

4-1 用因式分解法求解

4-2 配方法與公式解

4-3 一元二次方程式的應用

### 第 1 章 乘法公式與多項式 1-1 乘法公式

#### P. 4 例 1

化簡下列各式：

(1)  $(2a)^2$

(%i1)  $(2*a)^2$ ; ※ 「^」表示次方符號(shift+6)，輸入 $(2*a)^2$  → ctrl+enter。

(%o1)  $4a^2$

(2)  $(-a)^2$

(%i2)  $(-a)^2$ ; ※ 「^」表示次方符號(shift+6)，輸入 $(-a)^2$  → ctrl+enter。

(%o2)  $a^2$

#### P. 4 隨堂練習

化簡下列各式：

(1)  $(\frac{a}{2})^2$

(%i1)  $(a/2)^2$ ; ※ 「^」表示次方符號(shift+6)，輸入 $(a/2)^2$  → ctrl+enter。



(%o1)  $\frac{a^2}{4}$

(2)  $(-\frac{2a}{3})^2$

(%i2) (-2\*a/3)^2; ※ 「^」表示次方符號(shift+6)，輸入(-2\*a/3)^2 → ctrl+enter。

(%o2)  $\frac{4a^2}{9}$

**P. 6 例 2**

仿照上面的乘法公式，將(50+1)×(20+3)的乘積展開並求其值。

(%i1) (50+1)\*(20+3); ※直接輸入(50+1)\*(20+3) → ctrl+enter。

(%o1) 1173

**P. 6 隨堂練習**

仿照上面的作法，求 251×42

(%i1) 251\*42; ※直接輸入 251\*42 → ctrl+enter。

(%o1) 10542

**P. 7 例 3**

利用乘法公式，計算下列各式：

(1)(a-b)(c+d)

(%i1) expand((a-b)\*(c+d)); ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 expand((a-b)\*(c+d)) → ctrl+enter。

(%o1) -bd+ad-bc+ac

(2)(a-b)(c-d)

(%i2) expand((a-b)\*(c-d)); ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 expand((a-b)\*(c-d)) → ctrl+enter。

(%o2) bd-ad-bc+ac

(3)(3a+2b)(-2c+ $\frac{1}{2}$ d)

(%i3) expand((3\*a+2\*b)\*(-2\*c+(1/2)\*d)); ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 expand((3\*a+2\*b)\*(-2\*c+(1/2)\*d)) → ctrl+enter。

(%o3)  $\frac{bd + (3ad)}{2 - 4bc - 6ac}$



**P. 8 隨堂練習**

利用乘法公式，計算下列各式：

(1)  $(2a + \frac{b}{2})(\frac{c}{2} - 2d)$

(%i1) `expand((2*a+b/2)*(c/2-2*d));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((2*a+b/2)*(c/2-2*d))` → `ctrl+enter`。

(%o1)  $-\frac{bd - 4ad + (bc)}{4 + ac}$

(2)  $(p+q)(r-s)$

(%i2) `expand((p+q)*(r-s));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((p+q)*(r-s))` → `ctrl+enter`。

(%o2)  $-qs - ps + qr + pr$

**P. 8 例 4**

利用乘法公式，計算下列各式：

(1)  $(a+1)(a+2)$

(%i1) `expand((a+1)*(a+2));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((a+1)*(a+2))` → `ctrl+enter`。

(%o1)  $a^2 + 3a + 2$

(2)  $(a-2)(a+3)$

(%i2) `expand((a-2)*(a+3));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((a-2)*(a+3))` → `ctrl+enter`。

(%o2)  $a^2 + a - 6$

(3)  $(2b-1)(-b-2)$

(%i3) `expand((3*b-1)*(-b-2));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((3*b-1)*(-b-2))` → `ctrl+enter`。

(%o3)  $-3b^2 - 5b + 2$

**P. 9 隨堂練習**

利用乘法公式，計算下列各式：

(1)  $(a+1)(a-2)$

(%i1) `expand((a+1)*(a-2));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((a+1)*(a-2))` → `ctrl+enter`。

(%o1)  $a^2 - a - 2$



(2)(2b-1)(-3b-1)

(%i2) `expand((2*b-1)*(-3*b-1));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((2*b-1)*(-3*b-1))` → `ctrl+enter`。

(%o2)  $-6b^2 + b + 1$

### P. 11 例 5

利用和平方公式或差平方公式，計算下列各式：

(1)(-2a-b)<sup>2</sup>

(%i1) `expand((-2*a-b)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((-2*a-b)^2)` → `ctrl+enter`。

(%o1)  $b^2 + 4ab + 4a^2$

(2)(3a-2b)<sup>2</sup>

(%i2) `expand((3*a-2*b)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((3*a-2*b)^2)` → `ctrl+enter`。

(%o2)  $4b^2 - 12ab + 9a^2$

### P. 11 隨堂練習

利用和平方公式或差平方公式，計算下列各式：

(1)( $2a - \frac{1}{2}b$ )<sup>2</sup>

(%i1) `expand((2*a-1/2*b)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((2*a-1/2*b)^2)` → `ctrl+enter`。

(%o1)  $\frac{b^2}{4} - 2ab + 4a^2$

(2)( $a + \frac{b}{2}$ )<sup>2</sup>

(%i2) `expand((a+b/2)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((a+b/2)^2)` → `ctrl+enter`。

(%o2)  $\frac{b^2}{4} + ab + a^2$

### P. 11 例 6

利用和平方公式或差平方公式，計算下列各式：

(1)(a+1)<sup>2</sup>

(%i1) `expand((a+1)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((a+1)^2)` → `ctrl+enter`。



(%o1)  $a^2 + 2a + 1$

(2)  $(a-1)^2$

(%i2) `expand((a-1)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((a-1)^2)` → ctrl+enter。

(%o2)  $a^2 - 2a + 1$

(3)  $(-b+2)^2$

(%i3) `expand((-b+2)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((-b+2)^2)` → ctrl+enter。

(%o3)  $b^2 - 4b + 4$

### P. 12 隨堂練習

利用和平方公式或差平方公式，計算下列各式：

(1)  $(a-2)^2$

(%i1) `expand((a-2)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((a-2)^2)` → ctrl+enter。

(%o1)  $a^2 - 4a + 4$

(2)  $(-a-1)^2$

(%i2) `expand((-a-1)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((-a-1)^2)` → ctrl+enter。

(%o2)  $a^2 + 2a + 1$

(3)  $(-3b+1)^2$

(%i3) `expand((-3*b+1)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((-3*b+1)^2)` → ctrl+enter。

(%o3)  $9b^2 - 6b + 1$

### P. 12 例 7

利用和平方公式或差平方公式，計算下列各式：

(1)  $102^2$

(%i1) `102^2;` ※ 「`^`」表示次方符號(shift+6)，輸入 `102^2` → ctrl+enter。

(%o1) 10404

(2)  $99^2$

(%i2) `99^2;` ※ 「`^`」表示次方符號(shift+6)，輸入 `99^2` → ctrl+enter。

(%o2) 9801

(3)  $10.1^2$

(%i3) `(10.1)^2;` ※ 「`^`」表示次方符號(shift+6)，輸入 `10.1^2` → ctrl+enter。

(%o3) 102.01



### P. 13 隨堂練習

利用和平方公式或差平方公式，計算下列各式：

(1)  $1003^2$

(%i1) `1003^2`; ※ 「^」表示次方符號(shift+6)，輸入 `1003^2` → ctrl+enter。

(%o1)  $1006009$

(2)  $9.8^2$

(%i1) `9.8^2`; ※ 「^」表示次方符號(shift+6)，輸入 `9.8^2` → ctrl+enter。

(%o1)  $96.04000000000002$

### P. 14 例 8

利用平方差公式，計算下列各式：

(1)  $(a+2b)(a-2b)$

(%i1) `expand((a+2*b)*(a-2*b))`; ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 `expand((a+2*b)*(a-2*b))` → ctrl+enter。

(%o1)  $a^2 - 4b^2$

(2)  $(a+1)(a-1)$

(%i2) `expand((a+1)*(a-1))`; ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 `expand((a+1)*(a-1))` → ctrl+enter。

(%o2)  $a^2 - 1$

(3)  $(-a+2)(a+2)$

(%i3) `expand((-a+2)*(a+2))`; ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 `expand((-a+2)*(a+2))` → ctrl+enter。

(%o3)  $4 - a^2$

### P. 14 隨堂練習

利用平方差公式，計算下列各式：

(1)  $(3a+2b)(3a-2b)$

(%i1) `expand((3*a+2*b)*(3*a-2*b))`; ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 `expand((3*a+2*b)*(3*a-2*b))` → ctrl+enter。

(%o1)  $9a^2 - 4b^2$

(2)  $(-b+3)(b+3)$

(%i2) `expand((-b+3)*(b+3))`; ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 `expand((-b+3)*(b+3))` → ctrl+enter。

(%o2)  $9 - b^2$



### P. 14 例 9

利用平方差公式，計算下列各式：

(1)  $105 \times 95$

(%i1)  $105 * 95$ ; ※直接輸入  $105 * 95 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o1) 9975

(2)  $32^2 - 68^2$

(%i2)  $32^2 - 68^2$ ; ※直接輸入  $32^2 - 68^2 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o2) -3600

(3)  $99^2$

(%i3)  $99^2$ ; ※直接輸入  $99^2 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o3) 9801

### P. 15 隨堂練習

利用平方差公式，計算下列各式：

(1)  $98 \times 102$

(%i1)  $98 * 102$ ; ※直接輸入  $98 * 102 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o1) 9996

(2)  $27^2 - 3^2$

(%i2)  $27^2 - 3^2$ ; ※直接輸入  $27^2 - 3^2 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o2) 720

(3)  $999^2$

(%i3)  $999^2$ ; ※直接輸入  $999^2 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o3) 998001

### P. 15 例 10

此題無法直接使用 Maxima 軟體

利用乘法公式說明下列規則：

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab。$$

### P. 16 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體



試利用乘法公式說明 $(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a+b)^2+(a-b)^2=a^2+2ab+b^2+(a^2-2ab+b^2)=a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2=2(a^2+b^2)。$$

**P. 17 1-1 自我評量**

1.下列敘述，對的打「○」，錯的打「X」。

( X )(1) $(a+b)^2=a^2+b^2$

(%i1) `expand((a+b)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((a+b)^2) → ctrl+enter`。

(%o1)  $b^2+2ab+a^2$

( X )(2) $(c-d)^2=c^2-d^2$

(%i2) `expand((c-d)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((c-d)^2) → ctrl+enter`。

(%o2)  $d^2-2cd+c^2$

( ○ )(3) $(b-a)^2=(a-b)^2$

(%i3) `expand((b-a)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((b-a)^2) → ctrl+enter`。

(%o3)  $b^2-2ab+a^2$

(%i4) `expand((a-b)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((a-b)^2) → ctrl+enter`。

(%o4)  $b^2-2ab+a^2$

( X )(4) $1+2c+4c^2=(1+2c)^2$

(%i5) `expand((1+2*c)^2);` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((1+2*c)^2) → ctrl+enter`。

(%o5)  $4c^2+4c+1$

( X )(5) $(2a)^2=2a^2$

(%i6) `(2*a)^2;` ※直接輸入`(2*a)^2 → ctrl+enter`。

(%o6)  $4a^2$

2.利用乘法公式，計算下列各式：

(1) $(a+b)(c-d)$

(%i1) `expand((a+b)*(c-d));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((a+b)*(c-d)) → ctrl+enter`。

(%o1)  $-bd-ad+bc+ac$

(2) $(-a-2b)(-a-2b)$

(%i2) `expand((-a-2*b)*(-a-2*b));` ※ 「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入



expand((-a-2\*b)\*(-a-2\*b)) → ctrl+enter。

(%o2)  $4b^2 + 4ab + a^2$

(3)(2a+3)(2a-3)

(%i3) expand((2\*a+3)\*(2\*a-3)); ※「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 expand((2\*a+3)\*(2\*a-3)) → ctrl+enter。

(%o3)  $4a^2 - 9$

(4)(4a+6)(9a-12)

(%i4) expand((4\*a+6)\*(9\*a-12)); ※「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入 expand((4\*a+6)\*(9\*a-12)) → ctrl+enter。

(%o4)  $36a^2 + 6a - 72$

3.利用乘法公式，計算下列各式：

(1) $51^2 - 49^2$

(%i1) 51^2-49^2; ※「^」表示次方符號(shift+6)，輸入 51^2-49^2 → ctrl+enter。

(%o1) 200

(2) $98^2$

(%i2) 98^2; ※「^」表示次方符號(shift+6)，輸入 98^2 → ctrl+enter。

(%o2) 9604

### 第 1 章 乘法公式與多項式 1-2 多項式與其加減

#### P. 18 例 1

此題無法直接使用 Maxima 軟體

試說明下列各算式是否為多項式？若是，並說明其次數。

(1) $x^3 - x + 1$

$x^3 - x + 1$  中有  $x$  項的次方數分別是 3 和 1，所以， $x^3 - x + 1$  是三次多項式。

(2)  $\frac{x}{2} + 5$

$\frac{x}{2} + 5$  中  $x$  項的次方數是 1，所以， $\frac{x}{2} + 5$  是一次多項式。

(3)  $\frac{1}{x} + x$

$\frac{1}{x} + x$  中的  $\frac{1}{x}$  不是  $x$  的正次方，所以， $\frac{1}{x} + x$  不是多項式。

#### P. 19 隨堂練習



**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

試判斷下列各算式是否為多項式？若是，求其次數。

(1)  $x^3+1$

$x^3+1$  中  $x$  項的次方數是 3，所以， $x^3+1$  是三次多項式。

(2)  $x-x^2$

$x-x^2$  中有  $x$  項的次方數分別是 1 和 2，所以， $x-x^2$  是二次多項式。

(3)  $x^2+\frac{1}{x^2}$

$x^2+\frac{1}{x^2}$  中的  $\frac{1}{x^2}$  不是  $x$  的正次方，所以， $x^2+\frac{1}{x^2}$  不是多項式。

**P. 19 例 2**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

試說明下列多項式各項的係數：

(1)  $x+1$

$x+1$  的一次項  $x$  的係數是 1；常數項是 1。

(2)  $x^2-\frac{3}{2}x+5$

$x^2-\frac{3}{2}x+5$  的二次項  $x^2$  的係數是 1；一次項  $-\frac{3}{2}x$  的係數是  $-\frac{3}{2}$ ；常數項是 5。

(3)  $-x^2$

$-x^2$  的二次項  $-x^2$  的係數是 -1；式中沒有一次項和常數項，一次項的係數和常數項都是 0。

(4)  $x^4+2$

$x^4+2$  的四次項  $x^4$  的係數是 1；三次項、二次項、一次項的係數都是 0，常數項是 2。

**P. 20 隨堂練習**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

試說明下列多項式各項的係數：

(1)  $\frac{1}{100}x^3+x^2$



$\frac{1}{100}x^3+x^2$  的三次項  $\frac{1}{100}x^3$  的係數是  $\frac{1}{100}$ ；二次項  $x^2$  的係數是 1；式中沒有一次項和常數項，一次項的係數和常數項都是 0。

(2) $3x^2-x$

$3x^2-x$  的二次項  $3x^2$  的係數是 3；二次項的係數都是 0；一次項  $-x$  的係數是 -1；式中沒有常數項，常數項是 0。

(3) $3x$

$3x$  的一次項  $3x$  的係數是 3；式中沒有常數項，常數項是 0。

**P. 21 例 3**

將下列多項式併項，並將結果按照降冪排列：

(1) $2x-x^2+1+5x$

(%i1)  $2*x-x^2+1+5*x$ ; ※直接輸入  $2*x-x^2+1+5*x$  → ctrl+enter。

(%o1)  $-x^2+7x+1$

(2) $x^2+2-3x-3x^2+5x-4$

(%i2)  $x^2+2-3*x-3*x^2+1$ ; ※直接輸入  $x^2+2-3*x-3*x^2+1$  → ctrl+enter。

(%o2)  $-2x^2-3x+3$

**P. 21 隨堂練習**

將下列多項式併項，並將結果按照降冪排列：

(1) $6+2-x-8+x^2+2x$

(%i1)  $6+2-x-8+x^2+2*x$ ; ※直接輸入  $6+2-x-8+x^2+2*x$  → ctrl+enter。

(%o1)  $x^2+x$

(2) $2x-x^2+7-5x+\frac{1}{2}+x^2$

(%i2)  $2*x-x^2+7-5*x+1/2+x^2$ ; ※直接輸入  $2*x-x^2+7-5*x+1/2+x^2$  → ctrl+enter。

(%o2)  $\frac{15}{2}-3x$

**P. 22 例 4**

計算下列各式：

(1) $(7x^3+5x^2-7x+2)-(x^2-7x-2)$

(%i1)  $(7*x^3+5*x^2-7*x+2)-(x^2-7*x-2)$ ; ※直接輸入  $(7*x^3+5*x^2-7*x+2)-(x^2-7*x-2)$  → ctrl+enter。



(%o1)  $7x^3+4x^2+4$

(2)  $(x^2+x-1)+(-x^2-x+2)$

(%i2)  $(x^2+x-1)+(-x^2-x+2)$ ; ※直接輸入 $(x^2+x-1)+(-x^2-x+2)$  → ctrl+enter。

(%o2) 1

### P. 22 隨堂練習

(1)  $(x^3+x^2)-(x^3+3)$

(%i1)  $(x^3+x^2)-(x^3+3)$ ; ※直接輸入 $(x^3+x^2)-(x^3+3)$  → ctrl+enter。

(%o1)  $x^2-3$

(2)  $(x^2-2x)-(-x^2+2x+5)$

(%i2)  $(x^2-2*x)-(-x^2+2*x+5)$ ; ※直接輸入 $(x^2-2*x)-(-x^2+2*x+5)$  → ctrl+enter。

(%o2)  $2x^2-4x-5$

### P. 23 例 5

利用分離係數法，計算下列各式：

(1)  $(3x^3-2x+1)+(-2x^2+2x)$

(%i1)  $(3*x^3-2*x+1)+(-2*x^2+2*x)$ ; ※直接輸入 $(3*x^3-2*x+1)+(-2*x^2+2*x)$  → ctrl+enter。

(%o1)  $3x^3-2x^2+1$

(2)  $(x-2)-(x^3+2x^2-3x)$

(%i2)  $(x-2)-(x^3+2*x^2-3*x)$ ; ※直接輸入 $(x-2)-(x^3+2*x^2-3*x)$  → ctrl+enter。

(%o2)  $-x^3-2x^2+4x-2$

### P. 24 隨堂練習

利用分離係數法，計算下列各式：

(1)  $(x^2-5)+(-2x^2+3x+5)$

(%i1)  $(x^2-5)+(-2*x^2+3*x+5)$ ; ※直接輸入 $(x^2-5)+(-2*x^2+3*x+5)$  → ctrl+enter。

(%o1)  $-x^2+3x$

(2)  $(x^3-2x^2+x+1)-(x^3+2x^2+x-1)$

(%i2)  $(x^3-2*x^2+x+1)-(x^3+2*x^2+x-1)$ ; ※直接輸入  
 $(x^3-2*x^2+x+1)-(x^3+2*x^2+x-1)$   
→ ctrl+enter。

(%o2)  $2-4x^2$

### P. 25 例 6



若 $(x^3-5x^2+c)+(ax^3+bx^2+x-1)$ 等於 $-x^2+x+1$ ，求 a、b、c。

(%i1) ratsimp((x^3-5\*x^2+c)+(a\*x^3+b\*x^2+x-1)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入  
ratsimp((x^3-5\*x^2+c)+(a\*x^3+b\*x^2+x-1)) →  
ctrl+enter。

(%o1) (a+1)x^3+(b-5)x^2+x+c-1  
因此，a=-1，b=4，c=2。

**P. 25 隨堂練習**

若 $(2x^3-4x^2+ax+1)-(bx^3+4x^2+x+c)$ 等於 $dx^2-x+1$ ，求 a、b、c、d。

(%i1) ratsimp((2\*x^3-4\*x^2+a\*x+1)-(b\*x^3+4\*x^2+x+c)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入  
ratsimp((2\*x^3-4\*x^2+a\*x+1)-(b\*x^3+4\*x^2+x+c)) →  
ctrl+enter。

(%o1) (2-b)x^3-8x^2+(a-1)x-c+1  
因此，a=0，b=2，c=0，d=-8。

**P. 26 1-2 自我評量**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

- 1.下列敘述，對的打「○」，錯的打「X」。
- (○)(1)無論 a 是哪一個數， $ax^2+1$  都是二次多項式。
- (X)(2) $x^2+3x-1-x^2$  是二次多項式。
- (○)(3) $x^2+x-x^2$  是一次多項式。
- (X)(4) $(x^3+x^2+4x+1)+(-x^3-x^2-4x+2)$ 的次數是 3。

2.計算下列各式：

(1) $(x^4-1)-(x^4+3x^3-2x^2+5x-1)$   
(%i1) (x^4-1)-(x^4+3\*x^3-2\*x^2+5\*x-1); ※直接輸入  
 $(x^4-1)-(x^4+3*x^3-2*x^2+5*x-1)$  →  
ctrl+enter。

(%o1) -3x^3+2x^2-5x  
(2) $2-(3-x^2)+(2x^2+4x+1)$



(%i2) 2-(3-x^2)+(2\*x^2+4\*x+1); ※直接輸入 2-(3-x^2)+(2\*x^2+4\*x+1) → ctrl+enter。

(%o2) 3x<sup>2</sup> +4x

(3)若(ax<sup>2</sup> +5x+7)-(x<sup>2</sup> +bx+c)等於 x+1，求 a、b、c。

(%i3) ratsimp((a\*x^2+5\*x+7)-(x^2+b\*x+c)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((a\*x^2+5\*x+7)-(x^2+b\*x+c)) → ctrl+enter。

(%o3) (a-1)x<sup>2</sup> +(5-b)x-c+7

因此，a=1，b=4，c=6。

### 第 1 章 乘法公式與多項式 1-3 多項式的乘除

#### P. 27 例 1

計算下列各式：

(1)(x+ $\frac{2}{3}$ )( $\frac{3}{2}$ +3x)

(%i1) ratsimp((x+2/3)\*(3/2+3\*x)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x+2/3)\*(3/2+3\*x)) → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{6x^2 + 7x + 2}{2}$

(2)(3x-1)(5x-7)

(%i2) ratsimp((3\*x-1)\*(5\*x-7)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((3\*x-1)\*(5\*x-7)) → ctrl+enter。

(%o2) 15x<sup>2</sup> -26x+7

(3)(6-3x)(4-4x)

(%i3) ratsimp((6-3\*x)\*(4-4\*x)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((6-3\*x)\*(4-4\*x)) → ctrl+enter。

(%o3) 12x<sup>2</sup> -36x+24

#### P. 28 隨堂練習

(1)(2x+1)(x+5)

(%i1) ratsimp((2\*x+1)\*(x+5)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((2\*x+1)\*(x+5)) → ctrl+enter。

(%o1) 2x<sup>2</sup> +11x+5

(2)(-2x+12)(5x-35)



(%i2) ratsimp((-2\*x+12)\*(5\*x-35)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((-2\*x+12)\*(5\*x-35)) → ctrl+enter。

(%o2)  $-10x^2 + 130x - 420$

**P. 28 例 2**

(1)(2x+3)<sup>2</sup>

(%i1) ratsimp((2\*x+3)^2); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((2\*x+3)^2) → ctrl+enter。

(%o1)  $4x^2 + 12x + 9$

(2)(9x-1)(9x+1)

(%i2) ratsimp((9\*x-1)\*(9\*x+1)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((9\*x-1)\*(9\*x+1)) → ctrl+enter。

(%o2)  $81x^2 - 1$

**P. 28 隨堂練習**

(1)(3x-5)<sup>2</sup>

(%i1) ratsimp((3\*x-5)^2); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((3\*x-5)^2) → ctrl+enter。

(%o1)  $9x^2 - 30x + 25$

(2)(3x+2)(2-3x)

(%i2) ratsimp((3\*x+2)\*(2-3\*x)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((3\*x+2)\*(2-3\*x)) → ctrl+enter。

(%o2)  $4 - 9x^2$

**P. 29 例 3**

計算下列各式：

(1)(x+1)(x<sup>2</sup>+1)

(%i1) ratsimp((x+1)\*(x^2+1)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x+1)\*(x^2+1)) → ctrl+enter。

(%o1)  $x^3 + x^2 + x + 1$

(2)(x+1)(x<sup>2</sup>-x+1)

(%i2) ratsimp((x+1)\*(x^2-x+1)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x+1)\*(x^2-x+1)) → ctrl+enter。

(%o2)  $x^3 + 1$



**P. 29 隨堂練習**

計算下列各式：

(1)(x<sup>2</sup>-1)(x+1)

(%i1) ratsimp((x^2-1)\*(x+1)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x^2-1)\*(x+1)) → ctrl+enter。

(%o1) x<sup>3</sup>+x<sup>2</sup>-x-1

(2)(x-1)(x<sup>2</sup>+x+1)

(%i2) ratsimp((x-1)\*(x^2+x+1)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x-1)\*(x^2+x+1)) → ctrl+enter。

(%o2) x<sup>3</sup>-1

**P. 30 隨堂練習**

用直式計算(-2x+1)(-6x-5)。

(%i1) ratsimp((-2\*x+1)\*(-6\*x-5)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((-2\*x+1)\*(-6\*x-5)) → ctrl+enter。

(%o1) 12x<sup>2</sup>+4x-5

**P. 31 例 4**

用分離係數法計算下列各式：

(1)(-3x+5)(2x+4)

(%i1) ratsimp((-3\*x+5)\*(2\*x+4)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((-3\*x+5)\*(2\*x+4)) → ctrl+enter。

(%o1) -6x<sup>2</sup>-2x+20

(2)(4x<sup>2</sup>+1)(-4x+1)

(%i2) ratsimp((4\*x^2+1)\*(-4\*x+1)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((4\*x^2+1)\*(-4\*x+1)) → ctrl+enter。

(%o2) -16x<sup>3</sup>+4x<sup>2</sup>-4x+1

(3)(x<sup>2</sup>+2x+3)(-2x+4)

(%i3) ratsimp((x^2+2\*x+3)\*(-2\*x+4)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x^2+2\*x+3)\*(-2\*x+4)) → ctrl+enter。

(%o3) -2x<sup>3</sup>+2x+12

**P. 32 隨堂練習**

用分離係數法計算下列各式：



(1)(2x-3)(-x+4)

(%i1) ratsimp((2\*x-3)\*(-x+4)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((2\*x-3)\*(-x+4)) → ctrl+enter。

(%o1) -2x<sup>2</sup>+11x-12

(2)(2x+4)(x<sup>2</sup>-2x-3)

(%i2) ratsimp((2\*x+4)\*(x^2-2\*x-3)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((2\*x+4)\*(x^2-2\*x-3)) → ctrl+enter。

(%o2) 2x<sup>3</sup>-14x-12

(3)(x<sup>2</sup>+1)(1-x)

(%i3) ratsimp((x^2+1)\*(1-x)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x^2+1)\*(1-x)) → ctrl+enter。

(%o3) -x<sup>3</sup>+x<sup>2</sup>-x+1

**P. 33 例 5**

已知(2x-7)(ax+b)乘開併項後是 6x<sup>2</sup>-19x-7，求 a、b 的值。

(%i1) ratsimp((2\*x-7)\*(a\*x+b)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((2\*x-7)\*(a\*x+b)) → ctrl+enter。

(%o1) 2ax<sup>2</sup>+(2b-7a)x-7b

因此，a=3、b=1。

**P. 33 隨堂練習**

已知(3x+1)(ax+b)乘開併項後是-3x<sup>2</sup>+cx+1，求 a、b、c 的值。

(%i1) ratsimp((3\*x+1)\*(a\*x+b)); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((3\*x+1)\*(a\*x+b)) → ctrl+enter。

(%o1) 3ax<sup>2</sup>+(3b+a)x+b

因此，a=-1、b=1、c=2。

**P. 34 例 6**

計算下列各式：

(1)6x<sup>2</sup>÷3x

(%i1) (6\*x^2)/(3\*x); ※直接輸入(6\*x^2)/(3\*x) → ctrl+enter。

(%o1) 2x

(2)x(2x-3)÷x

(%i2) ratsimp((x\*(2\*x-3))/x); ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x\*(2\*x-3))/x) → ctrl+enter。



(%o2) 2\*x-3

(3)(x+4)(-x-1)÷(x+1)

(%i3) ratsimp((x+4)\*(-x-1)/(x+1)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x+4)\*(-x-1)/(x+1)) → ctrl+enter。

(%o3) -x-4

**P. 35 隨堂練習**

計算下列各式：

(1)6x<sup>2</sup> ÷ 3x<sup>2</sup>

(%i1) (6\*x^2)/(3\*x^2); ※直接輸入(6\*x^2)/(3\*x^2) → ctrl+enter。

(%o1) 2

(2) x(2x-3)÷(2x-3)

(%i2) ratsimp((x\*(2\*x-3))/(2\*x-3)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x\*(2\*x-3))/(2\*x-3)) → ctrl+enter。

(%o2) x

(3)(x+4)(-x-1)÷(2x+8)

(%i3) ratsimp((x+4)\*(-x-1)/(2\*x+8)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x+4)\*(-x-1)/(2\*x+8)) → ctrl+enter。

(%o3)  $-\frac{x+1}{2}$

**P. 35 例 7**

在空格中填入適當的式子。

(1)3x ·  $\frac{2x}{3}$  = 2x<sup>2</sup>

(%i1) (2\*x^2)/(3\*x); ※直接輸入(2\*x^2)/(3\*x) → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{2x}{3}$

(2) $\frac{1}{2}$ x ·  $\frac{2x}{1}$  = x<sup>2</sup>

(%i2) (x^2)/(1/2\*x); ※直接輸入(x^2)/(1/2\*x) → ctrl+enter。

(%o2) 2x



$$(3) -\frac{1}{3}x \cdot -\frac{3x}{2} = -\frac{1}{2}x^2$$

(%i3) (-1/2\*x^2)/(-1/3\*x); ※直接輸入(-1/2\*x^2)/(-1/3\*x) → ctrl+enter。

$$(\%o3) \frac{3x}{2}$$

$$(4) \frac{2}{3}x \cdot -\frac{21}{2} = -7x$$

(%i4) (-7\*x)/(2/3\*x); ※直接輸入(-7\*x)/(2/3\*x) → ctrl+enter。

$$(\%o4) -\frac{21}{2}$$

### P. 36 隨堂練習

在下列空格中填入適當的式子：

$$(1) -x \cdot \underline{3x} = -3x^2$$

(%i1) (-3\*x^2)/-x; ※直接輸入(-3\*x^2)/-x → ctrl+enter。

$$(\%o1) 3x$$

$$(2) 2x \cdot \underline{\frac{5x}{2}} = 5x^2$$

(%i2) (5\*x^2)/(2\*x); ※直接輸入(5\*x^2)/(2\*x) → ctrl+enter。

$$(\%o2) \frac{5x}{2}$$

$$(3) (-3x) \cdot \underline{-x} = 3x^2$$

(%i3) (3\*x^2)/(-3\*x); ※直接輸入(3\*x^2)/(-3\*x) → ctrl+enter。

$$(\%o3) -x$$

$$(4) -\frac{1}{3} \cdot \underline{6x} = -2x$$

(%i16) (-2\*x)/(-1/3); ※直接輸入(-2\*x)/(-1/3) → ctrl+enter。

$$(\%o16) 6x$$

### P. 37 例 8

計算下列各式：

$$(1) (x^2 + x - 6) \div (x + 3)$$

(%i1) ratsimp((x^2+x-6)/(x+3)); ※「ratsimp(算式)」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x^2+x-6)/(x+3)) → ctrl+enter。

$$(\%o1) x-2$$

$$(2) (4x^2 - 1) \div (2x + 1)$$



(%i2) ratsimp((4\*x^2-1)/(2\*x+1)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((4\*x^2-1)/(2\*x+1)) → ctrl+enter。

(%o2) 2x-1

**P. 37 隨堂練習**

計算下列各式：

(1)(x<sup>2</sup>+12x+36)÷(x+6)

(%i1) ratsimp((x^2+12\*x+36)/(x+6)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((x^2+12\*x+36)/(x+6)) → ctrl+enter。

(%o1) x+6

(2)(2x<sup>2</sup>+3x-2)÷(2x-1)

(%i2) ratsimp((2\*x^2+3\*x-2)/(2\*x-1)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入 ratsimp((2\*x^2+3\*x-2)/(2\*x-1)) → ctrl+enter。

(%o2) x+2

**P. 39 例 9**

計算下列多項式除法，寫出商式與餘式。

(1)(x<sup>2</sup>+2x-3)÷(2x+4)

(%i1) quotient(x^2+2\*x-3,2\*x+4); ※「quotient( 被除數,除數 )」指令表示求商式，輸入 quotient(x^2+2\*x-3,2\*x+4) → ctrl+enter。

(%o1) x/2

(%i2) remainder(x^2+2\*x-3,2\*x+4); ※「remainder( 被除數,除數 )」指令表示求餘式，輸入 remainder(x^2+2\*x-3,2\*x+4) → ctrl+enter。

(%o2) -3

因此，商式為  $\frac{x}{2}$ ，餘式為-3。

(2)(-x<sup>2</sup>)÷(x-1)

(%i3) quotient(-x^2,x-1); ※「quotient( 被除數,除數 )」指令表示求商式，輸入 quotient(-x^2,x-1) → ctrl+enter。

(%o3) -x-1

(%i4) remainder(-x^2,x-1); ※「remainder( 被除數,除數 )」指令表示求餘式，輸入 remainder(-x^2,x-1) → ctrl+enter。



(%o4) -1

**P. 39 隨堂練習**

計算下列多項式除法，寫出商式與餘式。

(1)(x<sup>2</sup>+3x+4)÷x

(%i1) quotient(x<sup>2</sup>+3\*x+4,x); ※「quotient( 被除數,除數 )」指令表示求商式，輸入 quotient(x<sup>2</sup>+3\*x+4,x) → ctrl+enter。

(%o1) x+3

(%i2) remainder(x<sup>2</sup>+3\*x+4,x); ※「remainder( 被除數,除數 )」指令表示求餘式，輸入 remainder(x<sup>2</sup>+3\*x+4,x) → ctrl+enter。

(%o2) 4

(2)(x<sup>2</sup>+3x)÷(x+1)

(%i3) quotient(x<sup>2</sup>+3\*x,x+1); ※「quotient( 被除數,除數 )」指令表示求商式，輸入 quotient(x<sup>2</sup>+3\*x,x+1) → ctrl+enter。

(%o3) x+2

(%i4) remainder(x<sup>2</sup>+3\*x,x+1); ※「remainder( 被除數,除數 )」指令表示求餘式，輸入 remainder(x<sup>2</sup>+3\*x,x+1) → ctrl+enter。

(%o4) -2

**P. 40 例 10**

(1)若 2x<sup>2</sup>-7x+3 除以 ax+b 得到商式為 2x-1，且餘式為 0，求 a、b。

2x<sup>2</sup>-7x+3=(ax+b)(2x-1)

(ax+b)=(2x<sup>2</sup>-7x+3)÷(2x-1)

(%i1) quotient(2\*x<sup>2</sup>-7\*x+3,2\*x-1); ※「quotient( 被除數,除數 )」指令表示求商式，輸入 quotient(2\*x<sup>2</sup>-7\*x+3,2\*x-1) → ctrl+enter。

(%o1) x-3

因此，a=1，b=-3。

(2)若 3x<sup>2</sup>+11x+8 除以 ax+b 得到商式為 x+2，且餘式為-2，求 a、b。

3x<sup>2</sup>+11x+8=(ax+b)(x+2)+(-2)

兩邊同加 2 得

3x<sup>2</sup>+11x+10=(ax+b)(x+2)

(ax+b)=(3x<sup>2</sup>+11x+10)÷(x+2)

(%i2) quotient(3\*x<sup>2</sup>+11\*x+10,x+2); ※「quotient( 被除數,除數 )」指令表示求商式，輸入 quotient(3\*x<sup>2</sup>+11\*x+10,x+2) → ctrl+enter。



(%o2) 3x+5

因此，a=3，b=5。

**P. 40 隨堂練習**

若  $x^2 - 12x + 11$  除以  $ax + b$  得到商式  $3x - 6$ ，餘式為  $c$ ，求  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 。

$$\frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$$

$$3x - 6 \overline{) x^2 - 12x + (11 - c)}$$

$$\underline{x^2 - 2x}$$

$$-10x + (11 - c)$$

$$\underline{-10x + 20}$$

$$0$$

$a = \frac{1}{3}$ ， $b = -\frac{10}{3}$ ， $11 - c = 20 \rightarrow c = -9$ 。

**P. 41 例 11**

若  $x - 1$  能整除  $x^2 + bx + 8$ ，求  $b$ 。

(%i1) solve([remainder(x^2+b\*x+8,x-1)=0],[b]);

※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解；  
「remainder( 被除數, 除數 )」指令表示求餘式，輸入 solve([remainder(x^2+b\*x+8,x-1)=0],[b]) → ctrl+enter。

(%o1) [b=-9]

**P. 41 隨堂練習**

若  $x + 1$  能整除  $x^2 + c$ ，求  $c$ 。

(%i1) solve([remainder(x^2+c,x+1)=0],[c]);

※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解；「remainder( 被除數, 除數 )」指令表示求餘式，輸入 solve([remainder(x^2+c,x+1)=0],[c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-1]



**P. 43 1-3 自我評量**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.下列敘述，對的打「○」，錯的打「X」。

(X)(1)任何多項式加0 還是原來的多項式。

(○)(2)任何多項式乘以1 還是原來的多項式。

(○)(3)任何多項式乘以0 會等於0。

(X)(4)因為 $2 \div 3$ 的商是0，餘式是2，所以 $2x \div (3x+1)$ 的商式為0，餘式為 $2x$ 。

(○)(5)一個二次多項式除以一個一次多項式，餘式可以是一次多項式。

2.計算下列各式：

(1) $(2x-1)(5x+4)$

(%i1) `expand((2*x-1)*(5*x+4));` ※「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((2*x-1)*(5*x+4))` → `ctrl+enter`。

(%o1)  $10^2 + 3x - 4$

(2) $(x-1)(x^2 + 1)$

(%i2) `expand((x-1)*(x^2+1));` ※「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入 `expand((x-1)*(x^2+1))` → `ctrl+enter`。

(%o2)  $x^3 - x^2 + x - 1$

3.計算下列各式的商式和餘式，並做驗算。

(1) $(-12x+9) \div (2x-3)$

(%i1) `quotient(-12*x+9,2*x-3);` ※「`quotient( 被除數,除數 )`」指令表示求商式，輸入 `quotient(-12*x+9,2*x-3)` → `ctrl+enter`。

(%o1)  $-6$

(%i2) `remainder(-12*x+9,2*x-3);` ※「`remainder( 被除數,除數 )`」指令表示求餘式，輸入 `remainder(-12*x+9,2*x-3)` → `ctrl+enter`。

(%o2)  $-9$

(2) $(x^2 + 1) \div (x+1)$

(%i1) `quotient(x^2+1,x+1);` ※「`quotient( 被除數,除數 )`」指令表示求商式，輸入 `quotient(x^2+1,x+1)` → `ctrl+enter`。

(%o1)  $x-1$

(%i2) `remainder(x^2+1,x+1);` ※「`remainder( 被除數,除數 )`」指令表示求餘式，輸入 `remainder(x^2+1,x+1)` → `ctrl+enter`。

(%o2)  $2$

(3) $(x^2 - \frac{x}{2} + 1) \div (2x-1)$



(%i1) quotient(x^2-(x/2)+1,2\*x-1); ※ 「quotient( 被除數,除數 )」指令表示求商式，輸入 quotient(x^2-(x/2)+1,2\*x-1) → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{x}{2}$

(%i2) remainder(x^2-(x/2)+1,2\*x-1); ※ 「remainder( 被除數,除數 )」指令表示求餘式，輸入 remainder(x^2-(x/2)+1,2\*x-1) → ctrl+enter。

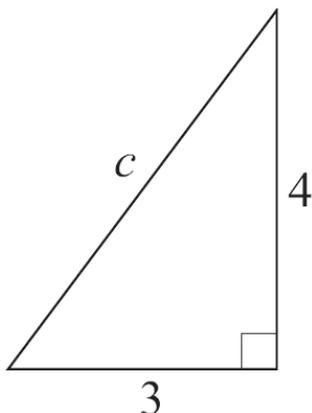
(%o2) 1

**第 2 章 畢氏定理與平方根 2-1 畢氏定理**

**P. 50 例 1**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，一直角三角形的兩股長各為 3 和 4，求斜邊的長。



$c^2 = 3^2 + 4^2$

(%i1) solve([c^2=3^2+4^2], [c]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )」指令表示求解，輸入 solve([c^2=3^2+4^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-5,c=5]

負不符所求，因此，c=5。

**P. 50 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體



一直角三角形的兩股長各為 5 和 12，求斜邊的長。

$$c^2 = 5^2 + 12^2$$

(%i1) solve([c^2=5^2+12^2], [c]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=5^2+12^2], [c]) → ctrl+enter。

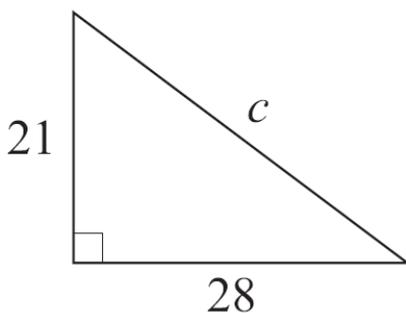
(%o1) [c=-13,c=13]

負不符所求，因此，c=13。

### P. 51 例 2

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一直角三角形的兩股長各為 21 和 28，求斜邊的長。



$$c^2 = 21^2 + 28^2$$

(%i1) solve([c^2=21^2+28^2], [c]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=21^2+28^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-35,c=35]

負不符所求，因此，c=35。

### P. 51 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一直角三角形的兩股長各為 9 和 12，求斜邊的長。

$$c^2 = 9^2 + 12^2$$

(%i1) solve([c^2=9^2+12^2], [c]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=9^2+12^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-15,c=15]

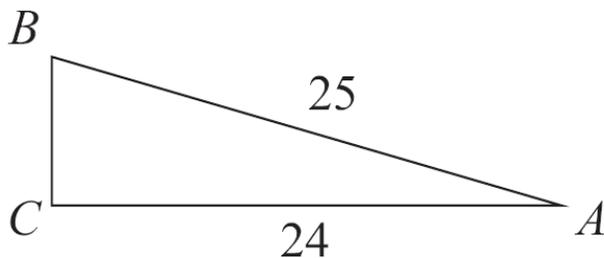


負不符所求，因此， $c=15$ 。

**P. 52 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一直角三角形 ABC 的一股  $\overline{AC}=24$ ，斜邊  $\overline{AB}=25$ ，求另一股  $\overline{BC}$  的長。



$$25^2 = \overline{BC}^2 + 24^2 \rightarrow \overline{BC}^2 = 25^2 - 24^2$$

(%i1) solve([c^2=25^2-24^2], [c]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=25^2-24^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-7,c=7]

負不符所求，因此， $\overline{BC}=7$ 。

**P. 52 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一直角三角形 ABC 的一股  $\overline{BC}=15$ ，斜邊  $\overline{AB}=39$ ，求另一股  $\overline{AC}$  的長。

$$39^2 = \overline{AC}^2 + 15^2 \rightarrow \overline{AC}^2 = 39^2 - 15^2$$

(%i1) solve([c^2=39^2-15^2], [c]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=39^2-15^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-36,c=36]

負不符所求，因此， $\overline{AC}=36$ 。



P. 53 1-4 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

- 1. 下列敘述，對的打「○」，錯的打「X」。
- (○)(1) 4、3、5 可以構成一直角三角形的三邊長。
- (○)(2) 26、24、10 可以構成一直角三角形的三邊長。
- (○)(3) 直角三角形的最長邊是斜邊。
- (X)(4) 畢氏定理是說直角三角形斜邊長等於兩股長的和。
- (X)(5) 若一直角三角形兩股長為 3、3，則斜邊長度小於 3。
- (○)(6) 一個等腰直角三角形的邊長連比等於 1：1：2。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

2. 一直角三角形兩股長各為 7 和 24，求斜邊的長。

$$c^2 = 7^2 + 24^2$$

(%i1) solve([c^2=7^2+24^2], [c]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=7^2+24^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-25,c=25]

負不符所求，因此，c=25。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3. 一直角三角形的斜邊長為 15，一股長為 12，求另一股的長。

$$15^2 = x^2 + 12^2 \rightarrow x^2 = 15^2 - 12^2$$

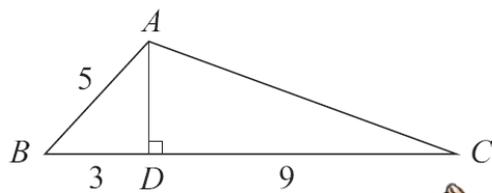
(%i1) solve([x^2=15^2-12^2], [x]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2=15^2-12^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-9,x=9]

負不符所求，因此，x=9。

此題無法直接使用 Maxima 軟體

4. 如下圖，求三角形 ABC 的面積。



$$5^2 = \overline{AD}^2 + 3^2 \rightarrow \overline{AD}^2 = 5^2 - 3^2$$

(%i1) solve([x^2=5^2-3^2], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )」指令表示求解，輸入 solve([x^2=5^2-3^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-4,x=4]

負不符所求，因此， $\overline{AD}=4$ 。

因此，三角形 ABC 的面積為  $(9+3) \times 4 \div 2 = 24$  平方公分。

## 第 2 章 畢氏定理與平方根 2-2 平方根與近似值

### P. 55 例 1

求出下列各數開根號的值：

(1)  $\sqrt{441}$

(%i1) sqrt(441); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(441) → ctrl+enter。

(%o1) 21

(2)  $\sqrt{\frac{9}{4}}$

(%i2) sqrt(9/4); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(9/4) → ctrl+enter。

(%o2)  $\frac{3}{2}$

(3)  $\sqrt{0.01}$

(%i3) sqrt(0.01); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(0.01) → ctrl+enter。

(%o3) 0.1

### P. 56 隨堂練習

求出下列各數開根號的值：

(1)  $\sqrt{1225}$

(%i1) sqrt(1225); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(1225) → ctrl+enter。

(%o1) 35

(2)  $\sqrt{\frac{16}{441}}$



(%i2) sqrt(16/441); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(16/441) → ctrl+enter。

(%o2)  $\frac{4}{21}$

(3)  $\sqrt{0.0001}$

(%i3) sqrt(0.0001); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(0.0001) → ctrl+enter。

(%o3) 0.01

**P. 56 例 2**

一正方形的面積為 11025，求此正方形的邊長。

(%i1) sqrt(11025); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(11025) → ctrl+enter。

(%o1) 105

因此，邊長為 105。

**P. 56 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一等腰直角三角形的面積為 242，求此三角形的一股長。

令一股長為 x，

$x \times x \times \frac{1}{2} = 242$

(%i1) solve([x\*x\*(1/2)=242], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )」指令表示求解，輸入 solve([x\*x\*(1/2)=242], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-22,x=22]

負不符所求，因此，股長為 22。

**P. 61 例 3**

試求下列各式的值：

(1)  $(-3\sqrt{7})^2$

(%i1) (-3\*sqrt(7))^2; ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(-3\*sqrt(7))^2 → ctrl+enter。

(%o1) 63



(2)  $(2\sqrt{\frac{3}{2}})^2$

(%i2) (2\*sqrt(3/2))^2; ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(2\*sqrt(3/2))^2 → ctrl+enter。

(%o2) 6

(3)  $(2\sqrt{0.1})^2$

(%i3) (2\*sqrt(0.1))^2; ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(2\*sqrt(0.1))^2 → ctrl+enter。

(%o3) 0.4

**P. 62 隨堂練習**

試求下列各式的值：

(1)  $(-5\sqrt{0.02})^2$

(%i1) (-5\*sqrt(0.02))^2; ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(-5\*sqrt(0.02))^2 → ctrl+enter。

(%o1) 0.5

(2)  $(\frac{1}{2}\sqrt{18})^2$

(%i2) (1/2\*sqrt(18))^2; ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(1/2\*sqrt(18))^2 → ctrl+enter。

(%o2)  $\frac{9}{2}$

**P. 63 例 4**

仿照上面的做法，將下列各式化簡：

(1)  $\sqrt{3^2 \cdot 5}$

(%i1) sqrt(3^2\*5); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(3^2\*5) → ctrl+enter。

(%o1)  $3\sqrt{5}$

(2)  $\sqrt{60}$

(%i2) sqrt(60); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(60) → ctrl+enter。

(%o2)  $2\sqrt{15}$

(3)  $\sqrt{108}$



(%i3) ratsimp(sqrt(108)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式;「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號, 輸入 ratsimp(sqrt(108)) → ctrl+enter。

(%o3)  $6\sqrt{3}$

(4)  $\sqrt{3^5}$

(%i4) ratsimp(sqrt(3^5)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式;「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號, 輸入 ratsimp(sqrt(3^5)) → ctrl+enter。

(%o4)  $9\sqrt{3}$

### P. 63 隨堂練習

將下列各式化簡:

(1)  $\sqrt{40}$

(%i1) sqrt(40); ※「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號, 輸入 sqrt(40) → ctrl+enter。

(%o1)  $2\sqrt{10}$

(2)  $\sqrt{48}$

(%i2) sqrt(48); ※「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號, 輸入 sqrt(48) → ctrl+enter。

(%o2)  $4\sqrt{3}$

(3)  $\sqrt{2^8}$

(%i3) sqrt(2^8); ※「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號, 輸入 sqrt(2^8) → ctrl+enter。

(%o3) 16

(4)  $\sqrt{2^9}$

(%i4) ratsimp(sqrt(2^9)); ※「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式;「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號, 輸入 ratsimp(sqrt(2^9)) → ctrl+enter。

(%o4)  $16\sqrt{2}$

(5)  $\sqrt{2^4 \cdot 13^2}$

(%i5) sqrt(2^4\*13^2); ※「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號, 輸入 sqrt(2^4\*13^2) → ctrl+enter。

(%o5) 52

### P. 64 例 5



比較下列各組數的大小：

(1)  $\sqrt{\frac{5}{7}}$ 、 $\sqrt{\frac{7}{5}}$

(%i1) compare(sqrt(5/7),sqrt(7/5)); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(5/7),sqrt(7/5)) → ctrl+enter。

(%o1) <

(2)  $\sqrt{6}$ 、3

(%i2) compare(sqrt(6),3); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(6),3) → ctrl+enter。

(%o2) <

(3)  $\sqrt{13}$ 、 $2\sqrt{3}$

(%i3) compare(sqrt(13),2\*sqrt(3)); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(13),2\*sqrt(3)) → ctrl+enter。

(%o3) >

(4)  $\sqrt{3}$ 、1.6

(%i4) compare(sqrt(3),1.6); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(3),1.6) → ctrl+enter。

rat: replaced -1.6 by -8/5 = -1.6 ※(註)rat：指令表示將小數化成分數。

(%o4) >

### P. 64 隨堂練習

比較下列各組數的大小：

(1)  $\sqrt{7}$ 、4

(%i1) compare(sqrt(7),4); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(7),4) → ctrl+enter。

(%o1) <

(2)  $\sqrt{5}$ 、2.3

(%i2) compare(sqrt(5),2.3); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(5),2.3) → ctrl+enter。



rat: replaced -2.3 by  $-23/10 = -2.3$  ※(註)rat：指令表示將小數化成分數。

(%o2) <

(3)  $\sqrt{101}$ 、10

(%i3) compare(sqrt(101),10); ※「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(101),10) → ctrl+enter。

(%o3) >

**P. 65 例 6**

比較下列各組數的大小：

(1)  $2\sqrt{3}$ 、 $3\sqrt{2}$

(%i1) compare(2\*sqrt(3),3\*sqrt(2)); ※「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(2\*sqrt(3),3\*sqrt(2)) → ctrl+enter。

(%o1) <

(2)  $8\sqrt{5}$ 、16

(%i2) compare(8\*sqrt(5),16); ※「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(8\*sqrt(5),16) → ctrl+enter。

(%o2) >

(3)  $\sqrt{2700}$ 、 $29\sqrt{2}$

(%i3) compare(sqrt(2700),29\*sqrt(2)); ※「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(2700),29\*sqrt(2)) → ctrl+enter。

(%o3) >

**P. 65 隨堂練習**

比較下列各組數的大小：

(1)  $2\sqrt{5}$ 、 $5\sqrt{2}$

(%i1) compare(2\*sqrt(5),5\*sqrt(2)); ※「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(2\*sqrt(5),5\*sqrt(2)) → ctrl+enter。



(%o1) <

(2)  $5\sqrt{7}$ 、10

(%i2) compare(5\*sqrt(7),10); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(5\*sqrt(7),10) → ctrl+enter。

(%o2) >

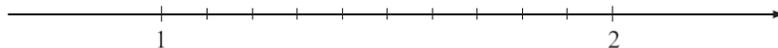
(3)  $\sqrt{200}$ 、 $11\sqrt{2}$

(%i3) compare(sqrt(200),11\*sqrt(2)); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(200),11\*sqrt(2)) → ctrl+enter。

(%o3) <

**P. 67 隨堂練習**

依照上面的做法，求出 $\sqrt{3}$ 在下面數線的哪一小段上。



(%i1) float(sqrt(3)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(3)) → ctrl+enter。

(%o1) 1.732050807568877

大約介於 1.7~1.8 之間。

**P. 68 隨堂練習**

請依照上面的做法，計算 $\sqrt{3}$ 到小數第二位的值。

(%i1) float(sqrt(3)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(3)) → ctrl+enter。

(%o1) 1.732050807568877

$\sqrt{3}$ 到小數第二位的值為 1.73。

**P. 69 例 7**

試用十分逼近法，以四捨五入法求 $\sqrt{5}$ 到小數第二位的近似值。



(%i1) float(sqrt(5)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(5)) → ctrl+enter。  
(%o1) 2.23606797749979

因此， $\sqrt{5}$  到小數第二位的近似值為 2.24。

### P. 69 隨堂練習

試用十分逼近法，以四捨五入法求  $\sqrt{3}$  到小數第二位的近似值。

(%i1) float(sqrt(3)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(3)) → ctrl+enter。  
(%o1) 1.732050807568877

因此， $\sqrt{3}$  到小數第二位的近似值為 1.73。

### P. 70 例 8

使用電算器，並以四捨五入法求下列各數的近似值至小數第四位。

(1)  $\sqrt{0.6}$

(%i1) float(sqrt(0.6)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(0.6)) → ctrl+enter。

(%o1) 0.77459666924148

因此，以四捨五入法取到小數第四位時， $\sqrt{0.6}$  的近似值為 0.7746。

(2)  $\sqrt{45}$

(%i2) float(sqrt(45)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(45)) → ctrl+enter。

(%o2) 6.708203932499369

因此，以四捨五入法取到小數第四位時， $\sqrt{45}$  的近似值為 0.6708。

(3)  $\sqrt{\frac{1}{6}}$

(%i3) float(sqrt(1/6)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(1/6)) → ctrl+enter。



(%o3) 0.40824829046386

因此，以四捨五入法取到小數第四位時， $\sqrt{\frac{1}{6}}$  的近似值為 0.4082。

### P. 71 隨堂練習

使用電算器並以四捨五入法求  $\sqrt{50}$  到小數第四位的近似值。

(%i1) float(sqrt(50)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(50)) → ctrl+enter。

(%o1) 7.071067811865476

因此，以四捨五入法取到小數第四位時， $\sqrt{50}$  的近似值為 7.0711。

### P. 43 2-2 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 下列敘述，對的打「○」，錯的打「X」。

(○)(1) 若  $a > 0$ ，則  $\sqrt{a}$  是正數。

(X)(2)  $\sqrt{1\frac{1}{4}} = 1\frac{1}{2}$ 。

(%i1) compare(sqrt(1+1/4), 1+1/2); ※ 「compare( 數值, 數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(1+1/4), 1+1/2) → ctrl+enter。

(%o1) <

(X)(3)  $\sqrt{(-1)^2} = -1$ 。

(%i2) compare(sqrt((-1)^2), -1); ※ 「compare( 數值, 數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt((-1)^2), -1) → ctrl+enter。

(%o2) >

(○)(4)  $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$

(%i3) compare(sqrt(9/4), sqrt(9)/sqrt(4)); ※ 「compare( 數值, 數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(9/4), sqrt(9)/sqrt(4)) →



ctrl+enter。

(%o3) =

2.將下列各式化簡：

(1)  $\sqrt{384}$

(%i1) sqrt(384); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(384) → ctrl+enter。

(%o1)  $8\sqrt{6}$

(2)  $\sqrt{0.000001}$

(%i2) sqrt(0.000001); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt(0.000001) → ctrl+enter。

(%o2) 0.001

(3)  $(2\sqrt{3})^2$

(%i3) (2\*sqrt(3))^2; ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入(2\*sqrt(3))^2 → ctrl+enter。

(%o3) 12

(4)  $(-\sqrt{2})^2$

(%i4) (-sqrt(2))^2; ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入(-sqrt(2))^2 → ctrl+enter。

(%o4) 2

3.比較下列各組數的大小：

(1)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 、 $\frac{1}{2}$

(%i1) compare(sqrt(1/2),1/2); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(sqrt(1/2),1/2) → ctrl+enter。

(%o1) >

(2)  $17\sqrt{5}$ 、 $16\sqrt{3}$

(%i2) compare(17\*sqrt(5),16\*sqrt(3)); ※ 「compare( 數值,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(17\*sqrt(5),16\*sqrt(3)) → ctrl+enter。

(%o2) >

4.試用十分逼近法，以四捨五入法求 $\sqrt{11}$ 到小數第二位的近似值。



(%i1) float(sqrt(11)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(1/6)) → ctrl+enter。

(%o1) 3.3166247903554

因此， $\sqrt{11}$  到小數第二位的近似值為 1.73。

## 第 2 章 畢氏定理與平方根 2-3 根式的運算

### P. 73 例 1

此題無法直接使用 Maxima 軟體

仿照上面的作法，化簡下列各式：

$$(1) \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 5}{5 \cdot 5}} = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 5} = \frac{1}{5} \cdot \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$(2) \sqrt{0.9} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot 10} = \frac{3}{10} \cdot \sqrt{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$(3) 3\sqrt{\frac{5}{3}} = 3\sqrt{\frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{15}}{3} = \sqrt{15}$$

### P. 73 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

化簡下列各式：

$$(1) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{32}{5}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{32 \times 5}{5 \times 5}} = \frac{4\sqrt{10}}{10} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

$$(2) \sqrt{0.4} = \sqrt{\frac{4}{10}} = \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2 \cdot 10} = \frac{2}{10} \cdot \sqrt{10} = \frac{2\sqrt{10}}{10}$$

### P. 74 例 2

化簡下列各式：

$$(1) 1 - 2\sqrt{2} - (3 - 5\sqrt{2})$$

(%i1) 1-2\*sqrt(2)-(3-5\*sqrt(2)); ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 1-2\*sqrt(2)-(3-5\*sqrt(2)) → ctrl+enter。

$$(%o1) 3\sqrt{2} - 2$$

$$(2) 10 - \sqrt{10} - 2(5 - 2\sqrt{10})$$



(%i2) ratsimp(10-sqrt(10)- 2\*(5-2\*sqrt(10)));    ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入  
 ratsimp(10-sqrt(10)-2\*(5-2\*sqrt(10))) → ctrl+enter。

(%o2)  $3\sqrt{10}$

(3)  $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - (3\sqrt{2} - 4\sqrt{3})$

(%i3) 2\*sqrt(2)+3\*sqrt(3)-(3\*sqrt(2)-4\*sqrt(3));    ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入  
 2\*sqrt(2)+3\*sqrt(3)-(3\*sqrt(2)-4\*sqrt(3)) → ctrl+enter。

(%o3)  $7\sqrt{3} - \sqrt{2}$

**P. 74 隨堂練習**

(1)  $(3-9\sqrt{2})-(2-10\sqrt{2})$

(%i1) (3-9\*sqrt(2))-(2-10\*sqrt(2));    ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入  
 (3-9\*sqrt(2))-(2-10\*sqrt(2)) → ctrl+enter。

(%o1)  $\sqrt{2} + 1$

(2)  $3\sqrt{3} - 5\sqrt{5} - (2\sqrt{3} - 4\sqrt{5})$

(%i2) 3\*sqrt(3)-5\*sqrt(5)-(2\*sqrt(3)-4\*sqrt(5));    ※ 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入  
 3\*sqrt(3)-5\*sqrt(5)-(2\*sqrt(3)-4\*sqrt(5)) → ctrl+enter。

(%o2)  $\sqrt{3} - \sqrt{5}$

**P. 75 例 3**

化簡下列各式：

(1)  $(1-\sqrt{2})^2$

(%i1) ratsimp((1-sqrt(2))^2);    ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入；  
 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入  
 ratsimp((1-sqrt(2))^2) → ctrl+enter。

(%o1)  $3-2\sqrt{2}$

(2)  $(2-\sqrt{3})(1-\sqrt{3})$

(%i2) ratsimp((2-sqrt(3))\*(1-sqrt(3)));    ※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入；  
 「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 ratsimp((2-sqrt(3))\*(1-sqrt(3)))



→ ctrl+enter。

(%o2)  $5-3\sqrt{3}$

(3)  $(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})$

(%i3) ratsimp((2+sqrt(5))\*(2-sqrt(5)));

※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 ratsimp((2+sqrt(5))\*(2-sqrt(5))) → ctrl+enter。

(%o3) -1

**P. 75 隨堂練習**

化簡下列各式：

(1)  $(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})$

(%i1) ratsimp((1-sqrt(2))\*(1+sqrt(2)));

※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 ratsimp((1-sqrt(2))\*(1+sqrt(2))) → ctrl+enter。

(%o1) -1

(2)  $(2+\sqrt{3})^2$

(%i2) ratsimp((2+sqrt(3))^2);

※ 「ratsimp( 算式 )」指令表示化簡算式，輸入；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 ratsimp((2+sqrt(3))^2) → ctrl+enter。

(%o2)  $4\sqrt{3}+7$

**P. 76 例 4**

化簡下列各式：

(1)  $\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}$

(%i1) rootscontract(sqrt(6)\*sqrt(10));

※ 「rootscontract( 算式 )」指令表示可化簡根號相乘算式，輸入 rootscontract(sqrt(6)\*sqrt(10)) → ctrl+enter。

(%o1)  $2\sqrt{15}$

(2)  $\sqrt{33} \cdot \sqrt{3\frac{2}{3}}$

(%i2) rootscontract(sqrt(33)\*sqrt(3+2/3));

※ 「rootscontract( 算式 )」指令表示可化簡根號相乘算式，輸入



rootscontract(sqrt(33)\*sqrt(3+2/3))

→ ctrl+enter。

(%o2) 11

(3)  $6\sqrt{14} \cdot \frac{\sqrt{7}}{8}$

(%i3) rootscontract(6\*sqrt(14)\*(sqrt(7)/8));

※「rootscontract( 算式 )」指令表示可化簡根號相乘算式，輸入

rootscontract(6\*sqrt(14)\*(sqrt(7)/8))

→ ctrl+enter。

(%o3)  $\frac{21\sqrt{2}}{4}$

**P. 76 隨堂練習**

(1)  $\sqrt{6} \cdot \sqrt{78}$

(%i1) rootscontract(sqrt(6)\*sqrt(78));

※「rootscontract( 算式 )」指令表示可化簡根號相乘算式，輸入

rootscontract(sqrt(6)\*sqrt(78)) →

ctrl+enter。

(%o1)  $6\sqrt{13}$

(2)  $\sqrt{1\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{1\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{12}$

(%i2) rootscontract(sqrt(1+1/3)\*sqrt(1+1/4)\*sqrt(12));

※「rootscontract( 算式 )」指令表示可化簡根號相乘算式，輸入

rootscontract(sqrt(1+1/3)

\*sqrt(1+1/4)\*sqrt(12))

→ ctrl+enter。

(%o2)  $2\sqrt{5}$

**P. 77 例 5**

若 a、b、c 是正數，化簡下列各式：

(1)  $a \cdot \sqrt{\frac{8}{a}}$

(%i1) radcan(a\*sqrt(8/a));

※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(a\*sqrt(8/a))



→ ctrl+enter。

(%o1)  $2\sqrt{2}\sqrt{a}$

(%i2) rootscontract(2\*sqrt(2)\*sqrt(a));

※「rootscontract( 算式 )」指令表示可化簡根號相乘算式，輸入 rootscontract(2\*sqrt(2)\*sqrt(a)) → ctrl+enter。

(%o2)  $2\sqrt{2a}$

(2)  $\sqrt{\frac{b}{a}} \cdot \sqrt{\frac{c}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1}{bc}}$

(%i3) radcan(sqrt(b/a)\*sqrt(c/a)\*sqrt(1/(b\*c)));

※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(sqrt(b/a)\*sqrt(c/a)\*sqrt(1/(b\*c))) → ctrl+enter。

(%o3)  $\frac{1}{a}$

(3)  $\sqrt{a^2b^4}$

(%i4) radcan(sqrt((a^2)\*(b^4)));

※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(sqrt((a^2)\*(b^4))) → ctrl+enter。

(%o4)  $ab^2$

**P. 77 隨堂練習**

若 a、b、c 是正數，化簡下列各式：

(1)  $2a \cdot \sqrt{\frac{27}{a}}$

(%i1) radcan(2\*a\*sqrt(27/a));

※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(2\*a\*sqrt(27/a)) → ctrl+enter。

(%o1)  $6\sqrt{3}\sqrt{a}$

(%i2) rootscontract(6\*sqrt(3)\*sqrt(a));

※「rootscontract( 算式 )」指令表示可化簡根號相乘算式，輸入 rootscontract(6\*sqrt(3)\*sqrt(a)) → ctrl+enter。

(%o2)  $6\sqrt{3a}$



(2)  $\sqrt{b} \cdot \sqrt{ab^3} \cdot \sqrt{a}$

(%i3) radcan(sqrt(b)\*sqrt(a\*b^3)\*sqrt(a)); ※ 「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(sqrt(b)\*sqrt(a\*b^3)\*sqrt(a)) → ctrl+enter。

(%o3)  $ab^2$

**P. 77 例 6**

化簡下列各式：

(1)  $\sqrt{2}(2-3\sqrt{6})$

(%i1) radcan(sqrt(2)\*(2-3\*sqrt(6))); ※ 「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(sqrt(2)\*(2-3\*sqrt(6))) → ctrl+enter。

(%o1)  $2\sqrt{2}-6\sqrt{3}$

(2)  $(1+\sqrt{2})(2+\sqrt{3})$

(%i2) expand(radcan((1+sqrt(2))\*(2+sqrt(3)))); ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式；「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 expand(radcan((1+sqrt(2))\*(2+sqrt(3)))) → ctrl+enter。

(%o2)  $\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{3}+2\sqrt{2}+2$

**P. 78 隨堂練習**

化簡下列各式：

(1)  $\sqrt{5}(2-\sqrt{10})$

(%i1) radcan(sqrt(5)\*(2-sqrt(10))); ※ 「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(sqrt(5)\*(2-sqrt(10))) → ctrl+enter。

(%o1)  $2\sqrt{5}-5\sqrt{2}$

(2)  $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{10}-1)$

(%i2) expand(radcan((sqrt(5)-1)\*(sqrt(10)-1))); ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式；「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數



值)」指令表示求開根號，輸入  
expand(radcan((sqrt(5)-1)\*(sqrt(10)-1))) → ctrl+enter。

(%o2)  $-\sqrt{2} \sqrt{5} - \sqrt{5} + 5 \sqrt{2} + 1$

**P. 79 例 7**

(1)  $\frac{2}{\sqrt{12}}$

(%i1) radcan(2/sqrt(12)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(2/sqrt(12)) → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(2)  $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{60}}$

(%i2) radcan(sqrt(45)/sqrt(60)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(sqrt(45)/sqrt(60)) → ctrl+enter。

(%o2)  $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

(3)  $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

(%i3) expand(radcan((2-sqrt(2))/sqrt(2))); ※「expand( 算式 )」指令表示展開算式；「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 expand(radcan((2-sqrt(2))/sqrt(2))) → ctrl+enter。

(%o3)  $\sqrt{2} - 1$

**P. 79 隨堂練習**

(1)  $\frac{1}{\sqrt{24}}$

(%i1) radcan(1/sqrt(24)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(1/sqrt(24)) → ctrl+enter。



(%o1)  $\frac{1}{2\sqrt{2}\sqrt{3}}$

(2)  $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{32}}$

(%i2) radcan(sqrt(48)/sqrt(32)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；  
「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入  
radcan(sqrt(48)/sqrt(32)) → ctrl+enter。

(%o2)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(3)  $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

(%i3) expand(radcan((3+sqrt(3))/sqrt(3))); ※「expand( 算式 )」指令表示展開算式；  
「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式  
「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入  
expand(radcan((3+sqrt(3))/sqrt(3)))  
→ ctrl+enter。

(%o3)  $\sqrt{3}+1$

**P. 79 例 8**

化簡下列各式：

(1)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}$

(%i1) radcan(sqrt(6)/sqrt(10)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；  
「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入  
radcan(sqrt(6)/sqrt(10)) → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

(2)  $\frac{6}{\sqrt{3}}$

(%i2) radcan(6/sqrt(3)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；  
「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(6/sqrt(3)) →  
ctrl+enter。

(%o2)  $\frac{6}{\sqrt{3}}$



(3)  $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

(%i3) expand(radcan((2+sqrt(2))/sqrt(2))); ※「expand( 算式 )」指令表示展開算式；「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 expand(radcan((2+sqrt(2))/sqrt(2))) → ctrl+enter。

(%o3)  $\sqrt{2}+1$

**P. 80 隨堂練習**

化簡下列各式：

(1)  $\frac{8}{\sqrt{8}}$

(%i1) radcan(8/sqrt(8)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(8/sqrt(8)) → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{4}{\sqrt{2}}$

(2)  $\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

(%i2) expand(radcan((5-sqrt(5))/sqrt(5))); ※「expand( 算式 )」指令表示展開算式；「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 expand(radcan((5-sqrt(5))/sqrt(5))) → ctrl+enter。

(%o2)  $\sqrt{5}-1$

**P. 80 例 9**

化簡下列各式：

(1)  $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$

(%i1) radcan(1/(2-(sqrt(2)))); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(1/(2-(sqrt(2)))) → ctrl+enter。



(%o1)  $-\frac{1}{\sqrt{2}-2}$

(2)  $\frac{1}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(%i2) radcan(1/(sqrt(3)+1)-(sqrt(3)/2)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(1/(sqrt(3)+1)-(sqrt(3)/2)) → ctrl+enter。

(%o2)  $-\frac{1}{2}$

**P. 81 隨堂練習**

化簡下列各式：

(1)  $\frac{1}{\sqrt{7}+2}$

(%i1) radcan(1/(sqrt(7)+2)); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(1/(sqrt(7)+2)) → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{1}{\sqrt{7}+2}$

(2)  $\frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{4}$

(%i2) radcan(1/(3-sqrt(5)-(sqrt(5)/4))); ※「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 radcan(1/(3-sqrt(5)-(sqrt(5)/4))) → ctrl+enter。

(%o2)  $-\frac{4}{5\sqrt{5}-12}$

**P. 82 2-3 自我評量**

1. 下列哪些數是正的，哪些數是負的？正的打「○」，負的打「X」。

( ○ ) (1)  $2-\sqrt{2}$

(%i1) float(2-sqrt(2)); ※「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(2-sqrt(2)) → ctrl+enter。(註：由於根號無法直接計算需轉換成小數。)



(%o1) 0.5857864376269

(  ) (2)  $\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}$

(%i2) float(sqrt(1/3)-1/3); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；  
「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(1/3)-1/3) → ctrl+enter。(註：由於根號無法直接計算需轉換成小數。)

(%o2) 0.24401693585629

(  ) (3)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

(%i3) float(sqrt(3)-sqrt(2)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；  
「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(sqrt(3)-sqrt(2)) → ctrl+enter。(註：由於根號無法直接計算需轉換成小數。)

(%o3) 0.31783724519578

(  ) (4)  $2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

(%i4) float(2\*sqrt(3)-3\*sqrt(2)); ※ 「float( 算式 )」指令表示將結果轉換為小數；  
「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 float(2\*sqrt(3)-3\*sqrt(2)) → ctrl+enter。(註：由於根號無法直接計算需轉換成小數。)

(%o4) -0.77853907198153

2. 下列哪些敘述是對的？對的打「」，錯的打「」。

(  ) (1)  $\frac{1}{\sqrt{3}} > 1$

(%i1) compare(1/sqrt(3),1); ※ 「compare( 算式,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(1/sqrt(3),1) → ctrl+enter。

(%o1) <

(  ) (2)  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} > 1$

(%i2) compare(1/(sqrt(2)-1),1); ※ 「compare( 算式,數值 )」指令表示比較算式，輸入 compare(1/(sqrt(2)-1),1) → ctrl+enter。

(%o2) >

(  ) (3)  $\frac{1}{\sqrt{0.1}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

(%i3) compare(1/sqrt(0.1),1/sqrt(10)); ※ 「compare( 算式,算式 )」指令表示比較算式，輸入 compare(1/sqrt(0.1),1/sqrt(10))



→ ctrl+enter。

rat: replaced 3.162277660168379 by 27379/8658 = 3.162277662277663

(%o3) >

(○)(4)  $\frac{1}{\sqrt{10}} = \sqrt{0.1}$

(%i4) compare(1/sqrt(10),sqrt(0.1)); ※「compare(算式,算式)」指令表示比較算式，輸入 compare(1/sqrt(10),sqrt(0.1)) → ctrl+enter。

rat: replaced -0.3162277660168 by -8658/27379 = -0.3162277658059

※(註)rat：指令表示將小數化成分數。

(%o4) =

3.化簡下列各式：

(1)  $\frac{1}{\sqrt{125}}$

(%i1) radcan(1/sqrt(125)); ※「radcan(算式)」指令表示求化簡算式；「sqrt(數值)」指令表示求開根號，輸入 radcan(1/sqrt(125)) → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{1}{5\sqrt{5}}$

(2)  $\frac{1}{\sqrt{1.25}}$

(%i2) radcan(1/sqrt(1.25)); ※「radcan(算式)」指令表示求化簡算式；「sqrt(數值)」指令表示求開根號，輸入 radcan(1/sqrt(1.25)) → ctrl+enter。

rat: replaced 0.89442719099992 by 5473/6119 = 0.89442719398595

※(註)rat：指令表示將小數化成分數。

(%o2)  $\frac{5473}{6119}$

(3)  $\frac{1}{2\sqrt{2}-1}$

(%i3) radcan(1/(2\*sqrt(2)-1)); ※「radcan(算式)」指令表示求化簡算式；「sqrt(數值)」指令表示求開根號，輸入 radcan(1/(2\*sqrt(2)-1)) → ctrl+enter。

(%o3)  $\frac{1}{2\sqrt{2}-1}$



(4)  $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

(%i4) expand(radcan((3+sqrt(3))/sqrt(3)));

※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式；「radcan( 算式 )」指令表示求化簡算式；「sqrt( 數值 )」指令表示求開根號，輸入 expand(radcan((3+sqrt(3))/sqrt(3))) → ctrl+enter。

(%o4)  $\sqrt{3}+1$

第 2 章 畢氏定理與平方根 2-4 畢氏定理的應用

P. 83 例 1

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一直角三角形的兩股長各為 1、 $\sqrt{2}$ ，求此三角形的斜邊長。

$c^2=1^2+\sqrt{2}^2$

(%i1) solve([c^2=1^2+(sqrt(2))^2], [c]);

※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=1^2+(sqrt(2))^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-sqrt(3),c=sqrt(3)]

負不符所求，因此， $c=\sqrt{3}$ 。

P. 84 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一直角三角形的斜邊長為 $\sqrt{6}$ ，一股長為 1，求另一股長。

$\sqrt{6}^2=1^2+x^2$

(%i1) solve([(sqrt(6))^2=1^2+x^2], [x]);

※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(sqrt(6))^2=1^2+x^2], [x]) → ctrl+enter。



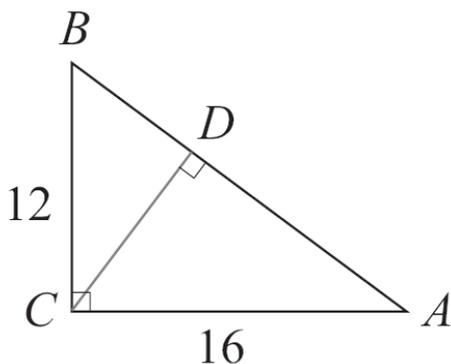
(%o1) [x=-sqrt(5),x=sqrt(5)]

負不符所求，因此，另一股長= $\sqrt{5}$ 。

**P. 84 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一直角三角形 ABC， $\overline{BC}=12$ ， $\overline{AC}=16$ ，求斜邊  $\overline{AB}$  上的高  $\overline{CD}$ 。



$$\overline{AB}^2 = 12^2 + 16^2$$

(%i1) solve([x^2=12^2+16^2], [x]); ※「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2=12^2+16^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-20,x=20]

負不符所求，因此， $\overline{AB}=20$ 。

此直角三角形面積為  $16 \times 12 \div 2 = 96$

(%i1) 16\*12/2; ※直接輸入 16\*12/2 → ctrl+enter。

(%o1) 96

$$20 \times \overline{CD} \div 2 = 96$$

(%i1) solve([20\*x/2=96], [x]); ※「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([20\*x/2=96], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x= $\frac{48}{5}$ ]

因此， $\overline{CD} = \frac{48}{5}$ 。



**P. 85 隨堂練習**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

若一直角三角形的兩股長各為 10 和 24，求斜邊上的高。

$$\text{斜邊}^2 = 10^2 + 24^2$$

(%i1) solve([x^2=10^2+24^2], [x]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2=10^2+24^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-26,x=26]

負不符所求，因此，斜邊=26。

此直角三角形面積為  $10 \times 24 \div 2 = 120$

(%i1) 10\*24/2;    ※直接輸入 10\*24/2 → ctrl+enter。

(%o1) 120

另一個角度求直角三角形面積為  $26 \times \text{高} \div 2 = 120$

(%i1) solve([26\*x/2=120], [x]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([26\*x/2=120], [x]) → ctrl+enter。

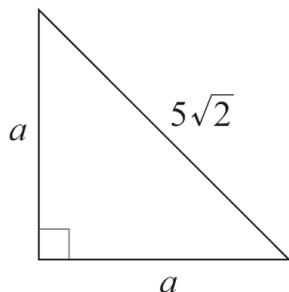
(%o1) [x= $\frac{120}{13}$ ]

因此，高= $\frac{120}{13}$ 。

**P. 85 例 3**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

若一等腰直角三角形的斜邊長  $5\sqrt{2}$ ，求此直角三角形二股長。



$$a^2 + a^2 = (5\sqrt{2})^2$$

(%i1) solve([a^2+a^2=(5\*sqrt(2))^2], [a]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指



令表示求解，輸入  
solve([a^2+a^2=(5\*sqrt(2))^2], [a])  
→ ctrl+enter。

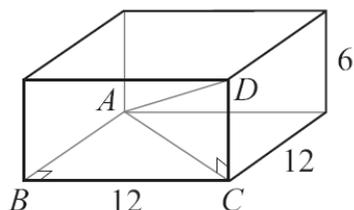
(%o1) [a=-5,a=5]

負不符所求，因此，等腰直角三角形的股長為 5。

**P. 86 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，長方體的長、寬、高為 12、12、6，求  $\overline{AD}$ 。



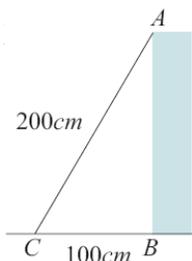
$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 12^2 + 12^2 = 288$$
$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 288 + 6^2 = 288 + 36 = 324 = 18^2$$

因此， $\overline{AD} = 18$ 。

**P. 86 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，梯子長 200 公分，靠在垂直於地面的牆上。已知牆腳 B 和梯腳 C 距離 100 公分，求牆腳 B 和梯頂 A 的距離。



$$200^2 = 100^2 + \overline{AB}^2$$

(%i1) float(solve([200^2=100^2+x^2], [x])); ※「float( 算式 )」指令表示將結果轉



換為小數，「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 float(solve([200^2=100^2+x^2], [x])) → ctrl+enter。

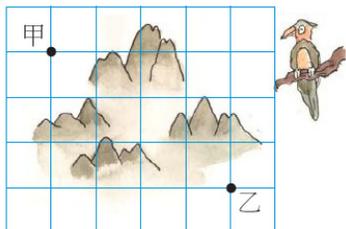
```
(%o1) [x=-173.2050807568877,x=173.2050807568877]
```

負不符所求，因此， $\overline{AB} \doteq 173\text{cm}$ 。

### P. 87 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

右邊地圖中，每一格代表的實際距離為 10 公里，求甲、乙兩地的距離。



$$\overline{甲乙}^2 = 3^2 + 4^2$$

(%i1) solve([x^2=3^2+4^2], [x]); ※「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2=3^2+4^2], [x]) → ctrl+enter。

```
(%o1) [x=-5,x=5]
```

負不符所求，因此， $\overline{甲乙} = 5$  公里。

### P. 88 例 5

求出下列各組點間的距離：

(1) A(-2,3)、B(-6,3)

$$\overline{AB} = |-2 - (-6)|$$

(%i1) abs(-2-(-6)); ※「abs( 算式 )」指令表示絕對值，輸入 abs(-2-(-6)) → ctrl+enter。

```
(%o1) 4
```

(2) C(4,0)、D(4,-7)



$$\overline{CD} = |0 - (-7)|$$

(%i2) abs(0-(-7)); ※ 「abs( 算式 )」指令表示絕對值，輸入 abs(0-(-7)) → ctrl+enter。

(%o2) 7

### P. 88 隨堂練習

求出下列各組點間的距離：

(1)A(102,-3)、B(104,-3)

$$\overline{AB} = |102 - 104|$$

(%i1) abs(102-104); ※ 「abs( 算式 )」指令表示絕對值，輸入 abs(102-104) → ctrl+enter。

(%o1) 2

(2)C(-300,-3)、D(-300,-10)

$$\overline{CD} = |-3 - (-10)|$$

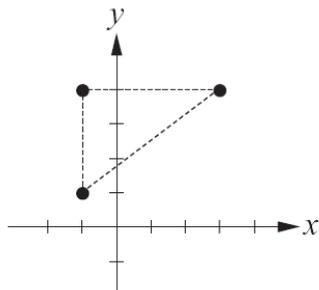
(%i2) abs(-3-(-10)); ※ 「abs( 算式 )」指令表示絕對值，輸入 abs(-3-(-10)) → ctrl+enter。

(%o2) 7

### P. 89 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，利用(-1,1)、(3,4)、(-1,4)為頂點的直角三角形，求(3,4)和(-1,1)的距離。



$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

(%i1) solve([c^2=3^2+4^2], [c]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )」指令表示求解，輸入 solve([c^2=3^2+4^2], [c]) → ctrl+enter。



(%o1) [c=-5,c=5]

負不符所求，因此，(3,4)和(-1,1)的距離為 5。

**P. 90 例 6**

求下列各組點間的距離：

(1)(-2,4) 、 (0,0)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(-2-0)^2 + (4-0)^2}$$

(%i1) sqrt((-2-0)^2+(4-0)^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt((-2-0)^2+(4-0)^2) → ctrl+enter。

(%o1) 2√5

(2)(1,1) 、 (-1,-1)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(1-(-1))^2 + (1-(-1))^2}$$

(%i2) sqrt((1-(-1))^2+(1-(-1))^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt((1-(-1))^2+(1-(-1))^2) → ctrl+enter。

(%o2) 2<sup>3/2</sup>

(3)(-5,3) 、 (7,-2)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(-5-7)^2 + (3-(-2))^2}$$

(%i3) sqrt((-5-7)^2+(3-(-2))^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt((-5-7)^2+(3-(-2))^2) → ctrl+enter。

(%o3) 13

(4)(1,-1) 、 (1,-1)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(1-1)^2 + (-1-(-1))^2}$$

(%i4) sqrt((1-1)^2+(-1-(-1))^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入



sqrt((1-1)^2+(-1-(-1))^2) → ctrl+enter。

(%o4) 0

**P. 91 隨堂練習**

求下列各組點間的距離：

(1)(1,√3) 、 (0,0)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(1-0)^2 + (\sqrt{3}-0)^2}$$

(%i1) sqrt((1-0)^2+(sqrt(3)-0)^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt((1-0)^2+(sqrt(3)-0)^2) → ctrl+enter。

(%o1) 2

(2)(128,-79) 、 (122,-82)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(128-122)^2 + (-79-(-82))^2}$$

(%i2) sqrt((128-122)^2+(-79-(-82))^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt((128-122)^2+(-79-(-82))^2) → ctrl+enter。

(%o2) 3√5

(3)(3,-3) 、 (-2,2)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(3-(-2))^2 + (-3-2)^2}$$

(%i3) sqrt((3-(-2))^2+(-3-2)^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt((3-(-2))^2+(-3-2)^2) → ctrl+enter。

(%o3) 5√2

**P. 91 例 7**

用距離公式求下列各組點間的距離，並和例 5 的方法所得的值比較。

(1)(8,3) 、 (-2,3)

$$|8-(-2)|$$



(%i1) abs(8-(-2)); ※「abs( 算式 )」指令表示絕對值，輸入 abs(8-(-2)) → ctrl+enter。  
(%o1) 10

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(8-(-2))^2 + (3-2)^2}$$

(%i2) sqrt((8-(-2))^2+(3-3)^2); ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入  
sqrt((8-(-2))^2+(3-3)^2) → ctrl+enter。

(%o2) 10

因此，所得的結果相同。

(2)(-1,-4) 、 (-1,-2)

$$|-4-(-2)|$$

(%i3) abs(-4-(-2)); ※「abs( 算式 )」指令表示絕對值，輸入 abs(-4-(-2)) → ctrl+enter。  
(%o3) 2

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(-1-(-1))^2 + (-4-(-2))^2}$$

(%i4) sqrt((-1-(-1))^2+(-4-(-2))^2); ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入  
sqrt((-1-(-1))^2+(-4-(-2))^2) → ctrl+enter。

(%o4) 2

因此，所得的結果相同。

### P. 92 隨堂練習

用距離公式，求下列各組點間的距離。

(1)(-2,-2) 、 (7,-2)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(-2-7)^2 + (-2-(-2))^2}$$

(%i1) sqrt((-2-7)^2+(-2-(-2))^2); ※「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入  
sqrt((-2-7)^2+(-2-(-2))^2) → ctrl+enter。

(%o1) 9

(2)(100,95) 、 (100,93)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$



$$\sqrt{(100-100)^2 + (95-93)^2}$$

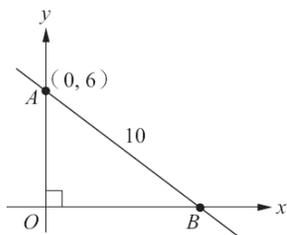
(%i2) sqrt((100-100)^2+(95-93)^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt((100-100)^2+(95-93)^2) → ctrl+enter。

(%o2) 2

### P. 92 例 8

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一直線過 A(0,6)，與 x 軸交於 B 點，且 A 到 B 的距離等於 10，求此直線的方程式。



$$\overline{OA}=6,$$

$$10^2 = 6^2 + \overline{OB}^2 \rightarrow 100 = 36 + \overline{OB}^2 \rightarrow \overline{OB}^2 = 100 - 36 = 64 = 8,$$

所以，B 點為(8,0)，

利用  $y = ax + b$  公式，

$$\begin{cases} 6 = 0 + b \\ 0 = 8a + b \end{cases}$$

(%i1) solve([6=0+b,0=8\*a+b], [a,b]); ※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ] )」指令表示求解，輸入 solve([6=0+b,0=8\*a+b], [a,b]) → ctrl+enter。

(%o1) [[a=- $\frac{3}{4}$ ,b=6]]

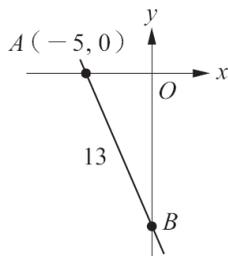
因此，直線方程式為  $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 。

### P. 93 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體



如下圖，有一直線過 A(-5,0)，與 y 軸交於 B 點，且  $\overline{AB}=13$ ，求此直線方程式。



$\overline{OA}=5$ ，

$13^2=5^2+\overline{OB}^2 \rightarrow 169=25+\overline{OB}^2 \rightarrow \overline{OB}^2=169-25=144=12^2$ ，

所以，B 點為(0,-12)，

利用  $y = ax + b$  公式，

$$\begin{cases} 0 = -5a + b \\ -12 = b \end{cases}$$

(%i1) solve([0=-5\*a+b,-12=b], [a,b]); ※ 「solve([ 變數算式,變數算式 ], [ 變數, 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([0=-5\*a+b,-12=b], [a,b]) → ctrl+enter。

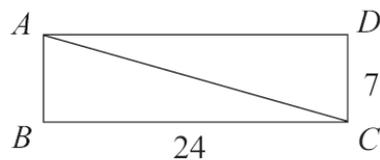
(%o1) [[a=-12/5,b=-12]]

因此，直線方程式為  $y = -\frac{12}{5}x - 12$ 。

**P. 94 2-4 自我評量**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.如下圖，邊長為 24、7 的矩形 ABCD，求對角線  $\overline{AC}$  的長。



$\overline{CD} = \overline{AB} = 7$



$$c^2 = 24^2 + 7^2$$

(%i1) solve([c^2=24^2+7^2], [c]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=24^2+7^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-25,c=25]

負不符所求，因此， $\overline{AC} = 25$ 。

2.若一等腰直角三角形的斜邊長為 10，試用三邊長的連比  $1 : 1 : \sqrt{2}$ ，求此三角形的兩股長。

$$\text{兩股長為 } \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}。$$

3.若一直角三角形的兩股長為 7、24，求斜邊上的高。

$$c^2 = 7^2 + 24^2$$

(%i1) solve([c^2=7^2+24^2], [c]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c^2=7^2+24^2], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-25,c=25]

負不符所求，因此， $c=25$ ，而斜邊上的高 =  $\frac{7 \times 24}{25} = \frac{168}{25}$ 。

4.求下列各組點間的距離：

$$(1)(-2\sqrt{2}, \sqrt{2})、(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

$$|-2\sqrt{2} - (-\sqrt{2})|$$

(%i1) abs(-2\*sqrt(2)-(-sqrt(2))); ※ 「abs( 算式 )」指令表示絕對值，輸入 abs(-2\*sqrt(2)-(-sqrt(2))) → ctrl+enter。

(%o1)  $\sqrt{2}$

(2)(5,24)、(10,12)

★A(p,q)到 B(r,s)的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(p-r)^2 + (q-s)^2}$

$$\sqrt{(5-10)^2 + (24-12)^2}$$

(%i2) sqrt((5-10)^2+(24-12)^2); ※ 「sqrt( 算式 )」指令表示求開根號，輸入 sqrt((5-10)^2+(24-12)^2) → ctrl+enter。

(%o2) 13



### 第 3 章 多項式的因式分解 3-1 乘法公式與提公因式法

#### P. 96 例 1

$x-1$  是不是下列各多項式的因式？如果是，寫出該式的因式分解。

(1)  $x^2$

(%i1) `factor(x^2/(x-1));` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(x^2/(x-1))` → ctrl+enter。

(%o1)  $\frac{x^2}{x-1}$

$x-1$  不能整除  $x^2$ ，因此  $x-1$  不是  $x^2$  的因式。

(2)  $2x^2+5x-7$

(%i2) `factor((2*x^2+5*x-7)/(x-1));` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((2*x^2+5*x-7)/(x-1))` → ctrl+enter。

(%o2)  $2x+7$

$x-1$  是  $2x^2+5x-7$  的因式。

而  $2x^2+5x-7=(x-1)(2x+7)$  為其因式分解。

(3)  $x^2-1$

(%i3) `factor((x^2-1)/(x-1));` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((x^2-1)/(x-1))` → ctrl+enter。

(%o3)  $x+1$

$x-1$  是  $x^2-1$  的因式。

而  $x^2-1=(x-1)(x+1)$  為其因式分解。

#### P. 97 隨堂練習

$x+1$  是不是下列二次多項式的因式？如果是，寫出該式的因式分解。

(1)  $x^2-1$

(%i1) `factor((x^2-1)/(x+1));` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((x^2-1)/(x+1))` → ctrl+enter。

(%o1)  $x-1$

$x+1$  是  $x^2-1$  的因式。

而  $x^2-1=(x+1)(x-1)$  為其因式分解。

(2)  $x^2$

(%i2) `factor((x^2)/(x+1));` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((x^2)/(x+1))` → ctrl+enter。



(%o2)  $\frac{x^2}{x+1}$

x+1 不能整除  $x^2$ ，因此 x+1 不是  $x^2$  的因式。

(3) $2x^2+5x+3$

(%i3) factor((2\*x^2+5\*x+3)/(x+1)); ※「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((2\*x^2+5\*x+3)/(x+1)) → ctrl+enter。

(%o3) 2x+3

x+1 是  $2x^2+5x+3$  的因式。

而  $2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$  為其因式分解。

**P. 98 例 2**

若 x-1 是  $x^2+kx-2$  的因式，求 k。

(%i1) solve([remainder(x^2+k\*x-2,x-1)], [k]); ※「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )」指令表示求解；「remainder( 被除數,除數 )」指令表示求餘式，輸入 solve([remainder(x^2+k\*x-2,x-1)], [k]) → ctrl+enter。

(%o1) [k=1]

**P. 98 隨堂練習**

若 x+1 是  $x^2-5x+c$  的因式，求 c。

(%i1) solve([remainder(x^2-5\*x+c,x+1)], [c]); ※「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )」指令表示求解；「remainder( 被除數,除數 )」指令表示求餘式，輸入 solve([remainder(x^2-5\*x+c,x+1)], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=-6]

**P. 99 例 3**

將下列各式因式分解：

(1) $12x^2-10x$

(%i1) factor(12\*x^2-10\*x); ※「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(12\*x^2-10\*x) → ctrl+enter。



(%o1)  $2x(6x-5)$

(2)  $-x^2+x$

(%i2) `factor(-x^2+x);` ※「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(-x^2+x)`  
→ ctrl+enter。

(%o2)  $-(x-1)x$

### P. 99 隨堂練習

將下列各式因式分解：

(1)  $x-5x^2$

(%i1) `factor(x-5*x^2);` ※「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(x-5*x^2)` → ctrl+enter。

(%o1)  $-x(5x-1)$

(2)  $4x^2+2x$

(%i2) `factor(4*x^2+2*x);` ※「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(4*x^2+2*x)` → ctrl+enter。

(%o2)  $2x(2x+1)$

### P. 100 例 4

將下列各式因式分解：

(1)  $4x(x+3)-12(x+3)$

(%i1) `factor(4*x*(x+3)-12*(x+3));` ※「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(4*x*(x+3)-12*(x+3))` → ctrl+enter。

(%o1)  $4(x-3)(x+3)$

(2)  $(x-1)^2+2(1-x)$

(%i2) `factor((x-1)^2+2*(1-x));` ※「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((x-1)^2+2*(1-x))` → ctrl+enter。

(%o2)  $(x-3)(x-1)$

### P. 100 隨堂練習

將下列各式因式分解：

(1)  $-x(x-1)+(1-x)$

(%i1) `factor(-x*(x-1)+(1-x));` ※「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(-x*(x-1)+(1-x))` → ctrl+enter。

(%o1)  $-(x-1)(x+1)$

(2)  $5(x-2)-(x-2)^2$



(%i2) factor(5\*(x-2)-(x-2)^2); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(5\*(x-2)-(x-2)^2) → ctrl+enter。  
 (%o2) -(x-7)(x-2)

**P. 100 例 5**

將下列各式因式分解：

(1)(x-1)<sup>2</sup>+2(x-1)(x+2)  
 (%i1) factor((x-1)^2+2\*(x-1)\*(x+2)); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((x-1)^2+2\*(x-1)\*(x+2)) → ctrl+enter。

(%o1) 3(x-1)(x+1)  
 (2)x(x-1)+(1-x)(2x-1)  
 (%i2) factor(x\*(x-1)+(1-x)\*(2\*x-1)); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(x\*(x-1)+(1-x)\*(2\*x-1)) → ctrl+enter。

(%o2) -(x-1)<sup>2</sup>  
 (3)(x-7)<sup>2</sup>+2x-14  
 (%i3) factor((x-7)^2+2\*x-14); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((x-7)^2+2\*x-14) → ctrl+enter。

(%o3) (x-7)(x-5)  
 (4)(x-2)<sup>2</sup>-3x+6  
 (%i4) factor((x-2)^2-3\*x+6); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((x-2)^2-3\*x+6) → ctrl+enter。  
 (%o4) (x-5)(x-2)

**P. 101 隨堂練習**

將下列各式因式分解：

(1)(2x-1)<sup>2</sup>+4(2x-1)(x+1)  
 (%i1) factor((2\*x-1)^2+4\*(2\*x-1)\*(x+1)); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((2\*x-1)^2+4\*(2\*x-1)\*(x+1)) → ctrl+enter。

(%o1) 3(2x-1)(2x+1)  
 (2)(2x-4)<sup>2</sup>+x-2  
 (%i2) factor((2\*x-4)^2+x-2); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((2\*x-4)^2+x-2) → ctrl+enter。



(%o2) (x-2)(4x-7)

**P. 102 例 6**

將下列各式因式分解：

(1)  $2x^2 + 2x + x + 1$

(%i1) `factor(2*x^2+2*x+x+1);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(2*x^2+2*x+x+1)` → ctrl+enter。

(%o1) (x+1)(2x+1)

(2)  $2x^2 + 2x - 7x - 7$

(%i2) `factor(2*x^2+2*x-7*x-7);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(2*x^2+2*x-7*x-7)` → ctrl+enter。

(%o2) (x+1)(2x-7)

**P. 102 隨堂練習**

將下列各式因式分解：

(1)  $x^2 - x - x + 1$

(%i1) `factor(x^2-x-x+1);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(x^2-x-x+1)` → ctrl+enter。

(%o1) (x-1)<sup>2</sup>

(2)  $-3x^2 - 3x + x + 1$

(%i2) `factor(-3*x^2-3*x+x+1);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(-3*x^2-3*x+x+1)` → ctrl+enter。

(%o2) -(x+1)(3x-1)

**P. 103 例 7**

將下列各式因式分解：

(1)  $x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + 4^2$

(%i1) `factor(x^2+2*4*x+4^2);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(x^2+2*4*x+4^2)` → ctrl+enter。

(%o1) (x+4)<sup>2</sup>

(2)  $(3x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x + 2^2$

(%i2) `factor((3*x)^2-2*2*3*x+2^2);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((3*x)^2-2*2*3*x+2^2)` → ctrl+enter。

(%o2) (3x-2)<sup>2</sup>

(3)  $(x+1)^2 + 2 \cdot (x+1)x + x^2$



(%i3) factor((x+1)^2+2\*(x+1)\*x+x^2);    ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，  
 輸入 factor((x+1)^2+2\*(x+1)\*x+x^2)  
 → ctrl+enter。

(%o3) (2x+1)^2

**P. 103 隨堂練習**

將下列各式因式分解：

(1)  $x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2$

(%i1) factor(x^2-2\*3\*x+3^2);    ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
 factor(x^2-2\*3\*x+3^2) → ctrl+enter。

(%o1) (x-3)^2

(2)  $(2x)^2 + 2 \cdot 4 \cdot 2x + 4^2$

(%i2) factor((2\*x)^2+2\*4\*2\*x+4^2);    ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，  
 輸入 factor((2\*x)^2+2\*4\*2\*x+4^2) →  
 ctrl+enter。

(%o2) 4(x+2)^2

(3)  $(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot (x-1) + (x-1)^2$

(%i3) factor((2\*x)^2+2\*2\*x\*(x-1)+(x-1)^2);    ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式  
 分解，輸入  
 factor((2\*x)^2+2\*2\*x\*(x-1)+(x-1)^  
 2) → ctrl+enter。

(%o3) (3x-1)^2

**P. 104 例 8**

將下列各式因式分解：

(1)  $x^2 + 6x + 9$

(%i1) factor(x^2+6\*x+9);    ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
 factor(x^2+6\*x+9) → ctrl+enter。

(%o1) (x+3)^2

(2)  $4x^2 - 12x + 9$

(%i2) factor(4\*x^2-12\*x+9);    ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
 factor(4\*x^2-12\*x+9) → ctrl+enter。

(%o2) (2x-3)^2

(3)  $-25x^2 + 10x - 1$

(%i3) factor(-25\*x^2+10\*x-1);    ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
 factor(-25\*x^2+10\*x-1) → ctrl+enter。



(%o3)  $-(5x-1)^2$

(4)  $4x^2 + 4x(x+1) + (x+1)^2$

(%i4) `factor(4*x^2+4*x*(x+1)+(x+1)^2);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(4*x^2+4*x*(x+1)+(x+1)^2)`  
→ ctrl+enter。

(%o4)  $(3x+1)^2$

**P. 104 隨堂練習**

將下列各式因式分解：

(1)  $x^2 - 6x + 9$

(%i1) `factor(x^2-6*x+9);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-6*x+9)` → ctrl+enter。

(%o1)  $(x-3)^2$

(2)  $9x^2 + 12x + 4$

(%i2) `factor(9*x^2+12*x+4);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(9*x^2+12*x+4)` → ctrl+enter。

(%o2)  $(3x+2)^2$

(3)  $-9x^2 + 6x - 1$

(%i3) `factor(-9*x^2+6*x-1);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(-9*x^2+6*x-1)` → ctrl+enter。

(%o3)  $-(3x-1)^2$

(4)  $4x^2 + 12x(1-x) + 9(x-1)^2$

(%i4) `factor(4*x^2+12*x*(1-x)+9*(x-1)^2);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(4*x^2+12*x*(1-x)+9*(x-1)^2)` → ctrl+enter。

(%o4)  $(x-3)^2$

**P. 105 例 9**

將下列各式因式分解：

(1)  $x^2 - 4$

(%i1) `factor(x^2-4);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-4)` → ctrl+enter。

(%o1)  $(x-2)(x+2)$

(2)  $4 - 9x^2$



(%i2) factor(4-9\*x^2); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(4-9\*x^2) → ctrl+enter。

(%o2) -(3x-2)(3x+2)

(3)(x+1)^2 -1

(%i3) factor((x+1)^2-1); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((x+1)^2-1) → ctrl+enter。

(%o3) x(x+2)

### P. 105 隨堂練習

將下列各式因式分解：

(1)x<sup>2</sup> -49

(%i1) factor(x^2-49); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(x^2-49) → ctrl+enter。

(%o1) (x-7)(x+7)

(2)25-9x<sup>2</sup>

(%i2) factor(25-9\*x^2); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(25-9\*x^2) → ctrl+enter。

(%o2) -(3x-5)(3x+5)

(3)(x+2)<sup>2</sup> -1

(%i3) factor((x+2)^2-1); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((x+2)^2-1) → ctrl+enter。

(%o3) (x+1)(x+3)

### P. 106 例 10

將下列各式因式分解：

(1)2(x-1)<sup>2</sup> +x<sup>2</sup> -1

(%i1) factor(2\*(x-1)^2+x^2-1); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(2\*(x-1)^2+x^2-1) → ctrl+enter。

(%o1) (x-1)(3x-1)

(2)x<sup>2</sup> -9+(2x-6)<sup>2</sup>

(%i2) factor(x^2-9+(2\*x-6)^2); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(x^2-9+(2\*x-6)^2) → ctrl+enter。

(%o2) (x-3)(5x-9)

### P. 106 隨堂練習

將下列各式因式分解：



(1)  $x^2 - 4 + 2(x+2)^2$

(%i1) `factor(x^2-4+2*(x+2)^2);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(x^2-4+2*(x+2)^2)` → ctrl+enter。

(%o1)  $(x+2)(3x+2)$

(2)  $1 - x^2 + (2x+2)^2$

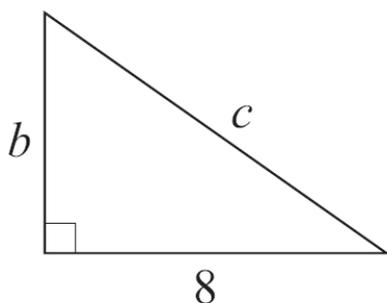
(%i2) `factor(1-x^2+(2*x+2)^2);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(1-x^2+(2*x+2)^2)` → ctrl+enter。

(%o2)  $(x+1)(3x+5)$

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

**P. 107 例 11**

如下圖，有一直角三角形，其中一股為 8，若已知周長為 24，求另一股與斜邊的長。



$8 + b + c = 24 \rightarrow b + c = 16$ ，

$c^2 = b^2 + 8^2 \rightarrow c^2 - b^2 = 64 \rightarrow (c-b)(c+b) = 64 \rightarrow (c-b) \times 16 = 64 \rightarrow c - b = \frac{64}{16} = 4$ ，

$$\begin{cases} c + b = 16 \\ c - b = 4 \end{cases}$$

(%i1) `solve([c+b=16,c-b=4], [c,b]);` ※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ] )」指令表示求解，輸入 `solve([c+b=16,c-b=4], [c,b])` → ctrl+enter。

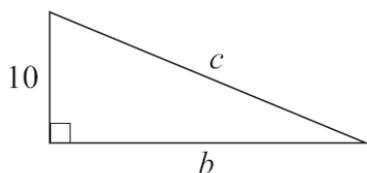
(%o1) `[[c=10,b=6]]`

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

**P. 108 隨堂練習**

如下圖，有一直角三角形一股為 10，若已知周長為 60，求另一股及斜邊的長。





$$10+b+c=60 \rightarrow b+c=50,$$

$$c^2=b^2+10^2 \rightarrow c^2-b^2=100 \rightarrow (c-b)(c+b)=100 \rightarrow (c-b)\times 50=100 \rightarrow c-b=\frac{100}{50}=2,$$

$$\begin{cases} c+b=50 \\ c-b=2 \end{cases}$$

(%i1) solve([c+b=50,c-b=2], [c,b]); ※ 「solve( [ 變數算式,變數算式 ], [ 變數,變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([c+b=50,c-b=2], [c,b]) → ctrl+enter。

(%o1) [[c=26,b=24]]

### P. 109 3-1 自我評量

1.以提公因式法，做下列各式之因式分解：

(1) $x(x-2)-2(2-x)$

(%i1) factor(x\*(x-2)-2\*(2-x)); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(x\*(x-2)-2\*(2-x)) → ctrl+enter。

(%o1) (x-2)(x+2)

(2)- $2x(2x-3)+(x+1)(2x-3)$

(%i2) factor(-2\*x\*(2\*x-3)+(x+1)\*(2\*x-3)); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(-2\*x\*(2\*x-3)+(x+1)\*(2\*x-3)) → ctrl+enter。

(%o2) -(x-1)(2x-3)

(3) $(x+1)^2-4x-4$

(%i3) factor((x+1)^2-4\*x-4); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor((x+1)^2-4\*x-4) → ctrl+enter。

(%o3) (x-3)(x+1)

2.求下列各式的因式分解：

(1) $x^2-1+4x+4$

(%i1) factor(x^2-1+4\*x+4); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 factor(x^2-1+4\*x+4) → ctrl+enter。

(%o1) (x+1)(x+3)



(2) $x^2 - 2x + 1 - 4x + 4$   
(%i2) `factor(x^2-2*x+1-4*x+4);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-2*x+1-4*x+4) → ctrl+enter。`

(%o2)  $(x-5)(x-1)$   
(3) $x^2 - 10x + 25$   
(%i3) `factor(x^2-10*x+25);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-10*x+25) → ctrl+enter。`

(%o3)  $(x-5)^2$   
(4) $(x+2)^2 - 4$   
(%i4) `factor((x+2)^2-4);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor((x+2)^2-4) → ctrl+enter。`

(%o4)  $x(x+4)$

### 第 3 章 多項式的因式分解 3-2 十字交乘法

#### P. 111 例 1

用圖 3-1 的方式做下列的乘積：

(1) $(x+2)(x+4)$   
(%i1) `expand((x+2)*(x+4));` ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入  
`expand((x+2)*(x+4)) → ctrl+enter。`

(%o1)  $x^2 + 6x + 8$   
(2) $(2x-3)(3x+2)$   
(%i2) `expand((2*x-3)*(3*x+2));` ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入  
`expand((2*x-3)*(3*x+2)) → ctrl+enter。`

(%o2)  $6x^2 - 5x - 6$

#### P. 111 隨堂練習

仿照例 1，求下列的乘積：

(1) $(x-5)(x-4)$   
(%i1) `expand((x-5)*(x-4));` ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入  
`expand((x-5)*(x-4)) → ctrl+enter。`

(%o1)  $x^2 - 9x + 20$   
(2) $(2x+5)(6-x)$   
(%i2) `expand((2*x+5)*(6-x));` ※ 「expand( 算式 )」指令表示展開算式，輸入  
`expand((2*x+5)*(6-x)) → ctrl+enter。`

(%o2)  $-2x^2 + 7x + 30$



### P. 112 隨堂練習

用十字交乘法求  $x^2 + 7x + 6$  的因式分解。

(%i1) factor(x^2+7\*x+6); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
factor(x^2+7\*x+6) → ctrl+enter。

(%o1) (x+1)(x+6)

### P. 113 例 2

用十字交乘法求下列各一元二次式的因式分解：

(1)  $x^2 + 4x + 3$

(%i1) factor(x^2+4\*x+3); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
factor(x^2+4\*x+3) → ctrl+enter。

(%o1) (x+1)(x+3)

(2)  $x^2 - 7x + 10$

(%i2) factor(x^2-7\*x+10); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
factor(x^2-7\*x+10) → ctrl+enter。

(%o2) (x-5)(x-2)

### P. 114 隨堂練習

用十字交乘法求下列各一元二次式的因式分解：

(1)  $x^2 + 8x + 7$

(%i1) factor(x^2+8\*x+7); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
factor(x^2+8\*x+7) → ctrl+enter。

(%o1) (x+1)(x+7)

(2)  $x^2 + 7x + 12$

(%i2) factor(x^2+7\*x+12); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
factor(x^2+7\*x+12) → ctrl+enter。

(%o2) (x+3)(x+4)

(3)  $x^2 - 12x + 11$

(%i3) factor(x^2-12\*x+11); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
factor(x^2-12\*x+11) → ctrl+enter。

(%o3) (x-11)(x-1)

(4)  $x^2 - 10x + 24$

(%i4) factor(x^2-10\*x+24); ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
factor(x^2-10\*x+24) → ctrl+enter。

(%o4) (x-6)(x-4)



**P. 115 例 3**

用十字交乘法求下列各一元二次式的因式分解：

(1)  $x^2 + 3x - 10$

(%i1) `factor(x^2+3*x-10);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2+3*x-10) → ctrl+enter。`

(%o1)  $(x-2)(x+5)$

(2)  $x^2 - 2x - 8$

(%i2) `factor(x^2-2*x-8);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-2*x-8) → ctrl+enter。`

(%o2)  $(x-4)(x+2)$

**P. 116 隨堂練習**

用十字交乘法求下列各一元二次式的因式分解：

(1)  $x^2 - 13x + 12$

(%i1) `factor(x^2-13*x+12);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-13*x+12) → ctrl+enter。`

(%o1)  $(x-12)(x-1)$

(2)  $x^2 + x - 12$

(%i2) `factor(x^2+x-12);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2+x-12) → ctrl+enter。`

(%o2)  $(x-3)(x+4)$

(3)  $x^2 - 10x + 16$

(%i3) `factor(x^2-10*x+16);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-10*x+16) → ctrl+enter。`

(%o3)  $(x-8)(x-2)$

(4)  $x^2 - 6x - 16$

(%i4) `factor(x^2-6*x-16);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-6*x-16) → ctrl+enter。`

(%o4)  $(x-8)(x+2)$

**P. 117 例 4**

用十字交乘法求下列各一元二次式的因式分解：

(1)  $x^2 + 13x + 36$

(%i1) `factor(x^2+13*x+36);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2+13*x+36) → ctrl+enter。`



(%o1)  $(x+4)(x+9)$

(2)  $x^2 + 28x - 60$

(%i2) `factor(x^2+28*x-60);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2+28*x-60) → ctrl+enter。`

(%o2)  $(x-2)(x+30)$

### P. 118 隨堂練習

用十字交乘法求下列各一元二次式的因式分解：

(1)  $x^2 - 26x + 48$

(%i1) `factor(x^2-26*x+48);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-26*x+48) → ctrl+enter。`

(%o1)  $(x-24)(x-2)$

(2)  $x^2 - 4x - 60$

(%i2) `factor(x^2-4*x-60);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-4*x-60) → ctrl+enter。`

(%o2)  $(x-10)(x+6)$

### P. 119 例 5

用十字交乘法求下列各一元二次式：

(1)  $2x^2 - 8x - 10$

(%i1) `factor(2*x^2-8*x-10);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(2*x^2-8*x-10) → ctrl+enter。`

(%o1)  $2(x-5)(x+1)$

(2)  $2x^2 + 9x + 4$

(%i2) `factor(2*x^2+9*x+4);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(2*x^2+9*x+4) → ctrl+enter。`

(%o2)  $(x+4)(2x+1)$

(3)  $3x^2 - 13x + 12$

(%i3) `factor(3*x^2-13*x+12);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(3*x^2-13*x+12) → ctrl+enter。`

(%o3)  $(x-3)(3x-4)$

### P. 121 隨堂練習

用十字交乘法求下列各一元二次式的因式分解：

(1)  $2x^2 - 11x + 12$

(%i1) `factor(2*x^2-11*x+12);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入



`factor(2*x^2-11*x+12) → ctrl+enter。`

(%o1) (x-4)(2x-3)

(2)  $3x^2 + 14x + 8$

(%i2) `factor(3*x^2+14*x+8);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(3*x^2+14*x+8) → ctrl+enter。`

(%o2) (x+4)(3x+2)

(3)  $8x^2 + 28x - 16$

(%i3) `factor(8*x^2+28*x-16);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(8*x^2+28*x-16) → ctrl+enter。`

(%o3)  $4(x+4)(2x-1)$

(4)  $6x^2 - 32x - 24$

(%i4) `factor(6*x^2-32*x-24);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor(6*x^2-32*x-24) → ctrl+enter。`

(%o4)  $2(x-6)(3x+2)$

### P. 121 例 6

求  $(x+1)^2 + 5(x+1) + 6$  的因式分解。

(%i1) `factor((x+1)^2+5*(x+1)+6);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((x+1)^2+5*(x+1)+6) → ctrl+enter。`

(%o1)  $(x+3)*(x+4)$

### P. 122 隨堂練習

求下列各式的因式分解：

(1)  $(x+1)^2 - 15(x+1) + 56$

(%i1) `factor((x+1)^2-15*(x+1)+56);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((x+1)^2-15*(x+1)+56) → ctrl+enter。`

(%o1)  $(x-7)(x-6)$

(2)  $(3x+5)^2 - 2(3x+5) - 3$

(%i2) `factor((3*x+5)^2-2*(3*x+5)-3);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入 `factor((3*x+5)^2-2*(3*x+5)-3) → ctrl+enter。`

(%o2)  $3(x+2)(3x+2)$

### P. 123 3-2 自我評量

用十字交乘法求下列各式的因式分解：



(1)  $x^2 + 23x + 42$

(%i1) `factor(x^2+23*x+42);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2+23*x+42) → ctrl+enter。`

(%o1)  $(x+2)(x+21)$

(2)  $x^2 + 9x - 36$

(%i2) `factor(x^2+9*x-36);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2+9*x-36) → ctrl+enter。`

(%o2)  $(x-3)(x+12)$

(3)  $x^2 - 46x - 96$

(%i3) `factor(x^2-46*x-96);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-46*x-96) → ctrl+enter。`

(%o3)  $(x-48)(x+2)$

(4)  $2x^2 - 11x - 6$

(%i4) `factor(2*x^2-11*x-6);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(2*x^2-11*x-6) → ctrl+enter。`

(%o4)  $(x-6)(2x+1)$

(5)  $x^2 - 2x - 24$

(%i5) `factor(x^2-2*x-24);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-2*x-24) → ctrl+enter。`

(%o5)  $(x-6)(x+4)$

(6)  $x^2 - 11x - 12$

(%i6) `factor(x^2-11*x-12);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(x^2-11*x-12) → ctrl+enter。`

(%o6)  $(x-12)(x+1)$

(7)  $3x^2 - 56x + 36$

(%i7) `factor(3*x^2-56*x+36);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(3*x^2-56*x+36) → ctrl+enter。`

(%o7)  $(x-18)(3x-2)$

(8)  $4x^2 + x - 18$

(%i8) `factor(4*x^2+x-18);` ※ 「factor( 算式 )」指令表示求因式分解，輸入  
`factor(4*x^2+x-18) → ctrl+enter。`

(%o8)  $(x-2)(4x+9)$

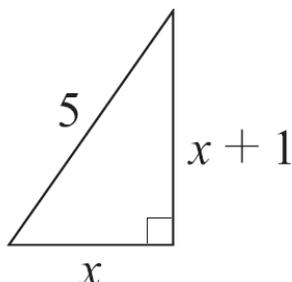
#### 第 4 章 一元二次方程式 4-1 用因式分解法求解

##### P. 126 例 1



此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，有一直角三角形，其兩股與斜邊分別為  $x$ 、 $x+1$ 、 $5$ ，請列出  $x$  所滿足的方程式。



$$5^2 = x^2 + (x+1)^2 \rightarrow 25 = x^2 + x^2 + 2x + 1 \rightarrow 24 = 2x^2 + 2x \rightarrow x^2 + x = 12 \circ$$

**P. 127 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

下列哪些方程式是一元二次方程式？

- (1)  $x - x^2 = 2$     (2)  $4x + 5 = 0$     (3)  $(y-1)(y+1) = 4$     (4)  $x^2 - 4x + 4 = (x+2)(x-2)$

因此，(1)和(3)是一元二次方程式。

**P. 127 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

下列哪些方程式是一元二次方程式？

- (1)  $4x = x^2 + 4x + 8$     (2)  $x(x+1) = x^2 - 2x + 1$

因此，(1)是一元二次方程式。

**P. 128 隨堂練習**

下列哪些數是一元二次方程式  $x^2 + 8x + 15 = 0$  的解？

- (1) 1  
 (2) 99  
 (3) -3  
 (4) -299

(%i1) solve([x^2+8\*x+15=0], [x]);

※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+8\*x+15=0], [x]) → ctrl+enter。



(%o1) [x=-3,x=-5]

**P. 129 隨堂練習**

求下列各方程式中 x 的值：

(1)  $2x^2 = x$

(%i1) solve([2\*x^2=x], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([2\*x^2=x], [x]) → ctrl+enter。

(%o1)  $[x = \frac{1}{2}, x = 0]$

(2)  $-7x = x^2$

(%i2) solve([-7\*x=x^2], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([-7\*x=x^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=-7,x=0]

**P. 130 例 3**

求下列各方程式中 x 的值：

(1)  $(x-1)(x+1)=3(x-1)$

(%i1) solve([(x-1)\*(x+1)=3\*(x-1)], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x-1)\*(x+1)=3\*(x-1)], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=1,x=2]

(2)  $(x+1)(x+2)+(x+1)=0$

(%i2) solve([(x+1)\*(x+2)+(x+1)=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x+1)\*(x+2)+(x+1)=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=-3,x=-1]

**P. 131 隨堂練習**

求下列各方程式中 x 的值：

(1)  $x(2x-5)=3x$

(%i1) solve([x\*(2\*x-5)=3\*x], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x\*(2\*x-5)=3\*x], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=0,x=4]



(2)(x-2)(x+1)+(x+1)=0

(%i2) solve([(x-2)\*(x+1)+(x+1)=0], [x]); ※「solve([ 變數算式 ],[ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x-2)\*(x+1)+(x+1)=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=-1,x=1]

**P. 131 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

試利用等量公理，說明下列性質：如果 a · b=0，則 a=0 或 b=0。

(提示：分成 a=0 和 a≠0 兩種情況來討論)

當 a=0，a · b=0 成立，並且 b 可為 0 或不為 0。

當 a≠0，a · b=0 要成 0，則 b 必為 0。

根據 1 和 2 可知，當 a · b=0，則 a=0 或 b=0。

**P. 132 例 4**

求下列各方程式的解：

(1)(+ -7)(2+13)=0

(%i1) solve([(x-7)\*(2\*x+13)=0], [x]); ※「solve([ 變數算式 ],[ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x-7)\*(2\*x+13)=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-13/2,x=7]

(2)x(2x+3)=0

(%i2) solve([x\*(2\*x+3)=0], [x]); ※「solve([ 變數算式 ],[ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x\*(2\*x+3)=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=-3/2,x=0]

(3)(2x+5)<sup>2</sup>=0

(%i3) solve([(2\*x+5)^2=0], [x]); ※「solve([ 變數算式 ],[ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(2\*x+5)^2=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o3) [x=-5/2]



**P. 132 隨堂練習**

求下列各方程式的解：

(1)  $2x^2=0$

(%i1) solve([2\*x^2=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([2\*x^2=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=0]

(2)  $(2x+1)(x-4)=0$

(%i2) solve([(2\*x+1)\*(x-4)=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(2\*x+1)\*(x-4)=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2)  $[x=-\frac{1}{2}, x=4]$

**P. 133 例 5**

求下列各方程式的根：

(1)  $x^2+3x=0$

(%i1) solve([x^2+3\*x=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+3\*x=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-3,x=0]

(2)  $x^2-1+4x+4=0$

(%i2) solve([x^2-1+4\*x+4=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-1+4\*x+4=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=-3,x=-1]

**P. 134 隨堂練習**

求下列各方程式的根：

(1)  $(x-1)^2-(x-1)(3x+2)=0$

(%i1) solve([(x-1)^2-(x-1)\*(3\*x+2)=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x-1)^2-(x-1)\*(3\*x+2)=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1)  $[x=-\frac{3}{2}, x=1]$

(2)  $2x^2-2x-3x+3=0$



(%i2) solve([2\*x^2-2\*x-3\*x+3=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入  
 solve([2\*x^2-2\*x-3\*x+3=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x= $\frac{3}{2}$ ,x=1]

**P. 134 例 6**

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 6x + 9 = 0$

(%i1) solve([x^2+6\*x+9=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+6\*x+9=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-3]

(2)  $4(x+2)^2 - 4(x+2) + 1 = 0$

(%i2) solve([4\*(x+2)^2-4\*(x+2)+1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入  
 solve([4\*(x+2)^2-4\*(x+2)+1=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x= $-\frac{3}{2}$ ]

(3)  $(2x-1)^2 - 1 = 0$

(%i3) solve([(2\*x-1)^2-1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(2\*x-1)^2-1=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o3) [x=0,x=1]

(4)  $(x+1)^2 = (2x-3)^2$

(%i4) solve([(x+1)^2=(2\*x-3)^2], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入  
 solve([(x+1)^2=(2\*x-3)^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o4) [x= $\frac{2}{3}$ ,x=4]

**P. 135 隨堂練習**

求下列各方程式的根：



(1)  $49x^2 \div 70x + 25 = 0$

(%i1) solve([49\*x^2/(70\*x)+25=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([49\*x^2/(70\*x)+25=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1)  $[x = -\frac{250}{7}]$

(2)  $(5-x)^2 = (5-2x)^2$

(%i2) solve([(5-x)^2=(5-2\*x)^2], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(5-x)^2=(5-2\*x)^2], [x]) → ctrl+enter。

(%o2)  $[x = \frac{10}{3}, x = 0]$

**P. 136 例 7**

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 - 4x + 3 = 0$

(%i1) solve([x^2-4\*x+3=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-4\*x+3=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1)  $[x = 3, x = 1]$

(2)  $9x^2 + 48x - 36 = 0$

(%i2) solve([9\*x^2+48\*x-36=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([9\*x^2+48\*x-36=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2)  $[x = -6, x = \frac{2}{3}]$

**P. 137 隨堂練習**

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 - 10x - 24 = 0$

(%i1) solve([x^2-10\*x-24=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-10\*x-24=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1)  $[x = 12, x = -2]$

(2)  $-x^2 + 4x + 21 = 0$



(%i2) solve([-x^2+4\*x+21=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([-x^2+4\*x+21=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=-3,x=7]

(3)  $4x^2 + 16x + 15 = 0$

(%i3) solve([4\*x^2+16\*x+15=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([4\*x^2+16\*x+15=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o3)  $[x = -\frac{3}{2}, x = -\frac{5}{2}]$

(4)  $6x^2 - 14x + 4 = 0$

(%i4) solve([6\*x^2-14\*x+4=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([6\*x^2-14\*x+4=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o4)  $[x=2, x=\frac{1}{3}]$

**P. 137 例 8**

求下列各一元二次方程式的解：

(1)  $x(2x+1)=3$

(%i1) solve([x\*(2\*x+1)=3], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x\*(2\*x+1)=3], [x]) → ctrl+enter。

(%o1)  $[x = -\frac{3}{2}, x=1]$

(2)  $x(x-2)=4x+27$

(%i2) solve([x\*(x-2)=4\*x+27], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x\*(x-2)=4\*x+27], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=-3,x=9]

**P. 138 隨堂練習**

求下列各方程式的解：

(1)  $(x+1)(x+3)=5x+23$

(%i1) solve([(x+1)\*(x+3)=5\*x+23], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令



表示求解，輸入

solve([(x+1)\*(x+3)=5\*x+23], [x]) →  
ctrl+enter。

(%o1) [x=5,x=-4]

(2)(x-1)(x+3)=12

(%i2) solve([(x-1)\*(x+3)=12], [x]); ※「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示  
求解，輸入 solve([(x-1)\*(x+3)=12], [x]) →  
ctrl+enter。

(%o2) [x=3,x=-5]

### P. 140 4-1 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1.(D)下列哪些方程式不是一元二次方程式？

(A) $x^2 + 1 = 0$  (B) $y^2 - 1 = 0$  (C) $x(x-1) = (1-x)$  (D) $y = 6 - x$

2.(C)下列哪些數是  $2x^2 + 9x = -10$  的根？

(A)-175 (B)-1 (C) $-\frac{5}{2}$  (D)一個正數

(%i1) solve([2\*x^2+9\*x=-10], [x]); ※「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示  
求解，輸入 solve([(x-1)\*(x+3)=12], [x]) →  
ctrl+enter。

(%o1) [x=-2,x=- $\frac{5}{2}$ ]

此題無法直接使用 Maxima 軟體

3.下列哪些敘述是對的？對的打「○」，錯的打「X」。

(X)(1)若 a 是  $x^2 = x$  的解，則  $a = 1$ 。

(○)(2)方程式  $x^2 = 0$ ，除了  $x = 0$  以外，沒有其他的解。

(X)(3) $x^2 - 1 = 0$  的解只有  $x = 1$ 。

(X)(4)因為  $4 \neq 1$ ，所以方程式  $4x^2 = x^2$  一定沒有解。

4.求下列各方程式的解：

(1) $x(x-2) = 3x$

(%i1) solve([x\*(x-2)=3\*x], [x]); ※「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示  
求解，輸入 solve([x\*(x-2)=3\*x], [x]) →  
ctrl+enter。

(%o1) [x=0,x=5]



(2) $x^2 - 144 = 0$

(%i2) solve([x^2-144=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-144=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=-12,x=12]

(3) $3x^2 - 8x + 5 = 0$

(%i3) solve([3\*x^2-8\*x+5=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([3\*x^2-8\*x+5=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o3) [x=5/3,x=1]

(4) $x^2 - (3x-2)^2 = 0$

(%i4) solve([x^2-(3\*x-2)^2=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-(3\*x-2)^2=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o4) [x=1,x=1/2]

(5) $x^2 - 4 + 8x - 16 = 0$

(%i5) solve([x^2-4+8\*x-16=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-4+8\*x-16=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o5) [x=-10,x=2]

(6) $x(x-10) = 24$

(%i6) solve([x\*(x-10)=24], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x\*(x-10)=24], [x]) → ctrl+enter。

(%o6) [x=12,x=-2]

### 第 4 章 一元二次方程式 4-2 配方法與公式解

#### P. 141 例 1

解下列各一元二次方程式：

(1) $x^2 = 7$

(%i1) solve([x^2=7], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2=7], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-√7,x=√7]

(2) $x^2 = -5$

我們觀察到方程式的右邊-5 是負數。由於一個數的平方不可能為負數，所以方程式無解。



**P. 141 隨堂練習**

求下列各方程式的解：

(1)  $x^2=8$

(%i1) solve([x^2=8], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2=8], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-2√2,x=2√2]

(2)  $x^2=-8$

我們觀察到方程式的右邊-8 是負數。由於一個數的平方不可能為負數，所以方程式無解。

**P. 142 例 2**

解下列一元二次方程式：

(1)  $(x+1)^2=2$

(%i1) solve([(x+1)^2=2], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x+1)^2=2], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-√2-1,x=√2-1]

(2)  $(2-x)^2=12$

(%i2) solve([(2-x)^2=12], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(2-x)^2=12], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=2-2√3,x=2√3+2]

**P. 142 隨堂練習**

解下列一元二次方程式：

(1)  $(-x+2)^2-3=0$

(%i1) solve([(-x+2)^2-3=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(-x+2)^2-3=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=2-√3,x=√3+2]

(2)  $(2x+1)^2-1=15$

(%i2) solve([(2\*x+1)^2-1=15], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(2\*x+1)^2-1=15], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=3/2,x=-5/2]



**P. 144 例 3**

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 8x = 1$

(%i1) solve([x^2+8\*x=1], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+8\*x=1], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-sqrt(17)-4,x=sqrt(17)-4]

(2)  $x^2 - 4x = -4$

(%i2) solve([x^2-4\*x=-4], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-4\*x=-4], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=2]

(3)  $x^2 + 2x + 2 = 0$

移常數項得  $x^2 + 2x = -2$

兩邊同加 1 得  $x^2 + 2x + 1 = -2 + 1$

即  $(x+1)^2 = -1$

此方程式無解。

**P. 145 隨堂練習**

(1)  $x^2 + 6x = -4$

(%i1) solve([x^2+6\*x=-4], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+6\*x=-4], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-sqrt(5)-3,x=sqrt(5)-3]

(2)  $x^2 - 2x + 4 = 0$

移常數項得  $x^2 - 2x = -4$

兩邊同減 3 得  $x^2 - 2x - 3 = -4 - 3$

即  $(x+1)(x-3) = -7$

此方程式無解。

**P. 145 例 4**

(1)  $(x+1)(x+2) = 5x+7$

(%i1) solve([(x+1)\*(x+2)=5\*x+7], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x+1)\*(x+2)=5\*x+7], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=1-sqrt(6),x=sqrt(6)+1]

(2)  $4x^2 - 12x = -9$



(%i2) solve([4\*x^2-12\*x=-9], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([4\*x^2-12\*x=-9], [x]) → ctrl+enter。

(%o2)  $[x = \frac{3}{2}]$

(3)-3x<sup>2</sup>-3x+9=0

(%i3) solve([-3\*x^2-3\*x+9=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([-3\*x^2-3\*x+9=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o3)  $[x = -\frac{\sqrt{13}+1}{2}, x = \frac{\sqrt{13}-1}{2}]$

**P. 146 隨堂練習**

解下列各一元二次方程式：

(1)x<sup>2</sup>+3x=-1

(%i1) solve([x^2+3\*x=-1], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+3\*x=-1], [x]) → ctrl+enter。

(%o1)  $[x = -\frac{\sqrt{5}+3}{2}, x = \frac{\sqrt{5}-3}{2}]$

(2)9x<sup>2</sup>+2x=-10x+16

(%i2) solve([9\*x^2+2\*x=-10\*x+16], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([9\*x^2+2\*x=-10\*x+16], [x]) → ctrl+enter。

(%o2)  $[x = -\frac{2\sqrt{5}+2}{3}, x = \frac{2\sqrt{5}-2}{3}]$

(3)6x<sup>2</sup>+18x+30=0

(%i3) solve([6\*x^2+18\*x+30=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([6\*x^2+18\*x+30=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o3)  $[x = -\frac{\sqrt{11}i+3}{2}, x = \frac{\sqrt{11}i-3}{2}]$

**P. 147 例 5**



求方程式 $(x+1)^2 + 4(x+1) + 1 = 0$ 的解。

(%i1) solve([(x+1)^2+4\*(x+1)+1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x+1)^2+4\*(x+1)+1=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-√3-3, x=√3-3]

**P. 147 隨堂練習**

求方程式 $(x-1)^2 + 6(x-1) + 7 = 0$ 的解。

(%i1) solve([(x-1)^2+6\*(x-1)+7=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x-1)^2+6\*(x-1)+7=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-√2-2, x=√2-2]

**P. 149 例 6**

以公式解求下列各方程式的解：

(1)  $3x^2 + 5x + 1 = 0$

(%i1) solve([3\*x^2+5\*x+1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([3\*x^2+5\*x+1=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=- $\frac{\sqrt{13}+5}{6}$ , x= $\frac{\sqrt{13}-5}{6}$ ]

(2)  $9x^2 + 6x + 1 = 0$

(%i2) solve([9\*x^2+6\*x+1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([9\*x^2+6\*x+1=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [x=- $\frac{1}{3}$ ]

**P. 150 隨堂練習**

以公式解求下列各方程式的解：

(1)  $x^2 + 5x + 3 = 0$

(%i1) solve([x^2+5\*x+3=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+5\*x+3=0], [x]) → ctrl+enter。



(%o1)  $[x = -\frac{\sqrt{13} + 5}{2}, x = \frac{\sqrt{13} - 5}{2}]$

(2)  $-9x^2 + 6x - 1 = 0$

(%i2) solve([-9\*x^2+6\*x-1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([-9\*x^2+6\*x-1=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o2)  $[x = \frac{1}{3}]$

**P. 150 例 7**

試用判別式判斷下列各方程式解的性質：

(1)  $2x^2 + 8x - 4 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i1)  $8^2 - 4 * 2 * (-4)$ ; ※直接輸入  $8^2 - 4 * 2 * (-4)$  → ctrl+enter。

(%o1) 96

判別式結果  $96 > 0$ ，

因此，方程式  $2x^2 + 8x - 4 = 0$  有二個相異的根。

(2)  $-x^2 - 2x - 1 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i2)  $(-2)^2 - 4 * (-1) * (-1)$ ; ※直接輸入  $(-2)^2 - 4 * (-1) * (-1)$  → ctrl+enter。

(%o2) 0

判別式結果  $0 = 0$ ，

因此，方程式  $-x^2 - 2x - 1 = 0$  有重根。

(3)  $3x^2 - x + 4 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i3)  $(-1)^2 - 4 * 3 * 4$ ; ※直接輸入  $(-1)^2 - 4 * 3 * 4$  → ctrl+enter。

(%o3) -47

判別式結果  $-47 < 0$ ，

因此，方程式  $3x^2 - x + 4 = 0$  無解。

**P. 151 隨堂練習**

試用判別式判斷下列各方程式解的性質：

(1)  $-3x^2 + 7x - 2 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i1)  $7^2 - 4 * (-3) * (-2)$ ; ※直接輸入  $(-1)^2 - 4 * 3 * 4$  → ctrl+enter。

(%o1) 25



判別式結果  $25 > 0$  ,

因此，方程式  $-3x^2 + 7x - 2 = 0$  有二個相異的根。

(2)  $4x^2 + 6x + 3 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i2)  $6^2 - 4 * 4 * 3$ ; ※直接輸入  $(-1)^2 - 4 * 3 * 4 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o2) -12

判別式結果  $-12 < 0$  ,

因此，方程式  $4x^2 + 6x + 3 = 0$  無解。

**P. 151 例 8**

先用判別式判斷下列方程式是否有解，再求解。

(1)  $-3x^2 - 7x + 3 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i1)  $(-7)^2 - 4 * (-3) * 3$ ; ※直接輸入  $(-7)^2 - 4 * (-3) * 3 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o1) 85

判別式結果  $85 > 0$  ,

因此，方程式  $-3x^2 - 7x + 3 = 0$  有二個相異的根。

(%i2) `solve([-3*x^2-7*x+3=0], [x]);` ※「`solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])`」指令表示求解，輸入 `solve([-3*x^2-7*x+3=0], [x])`  $\rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o2)  $[x = -\frac{\sqrt{85} + 7}{6}, x = \frac{\sqrt{85} - 7}{6}]$

(2)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i3)  $(-6)^2 - 4 * 1 * 9$ ; ※直接輸入  $(-6)^2 - 4 * 1 * 9 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o3) 0

判別式結果  $0 = 0$  ,

因此，方程式  $x^2 - 6x + 9 = 0$  有重根。

(%i4) `solve([x^2-6*x+9=0], [x]);` ※「`solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])`」指令表示求解，輸入 `solve([x^2-6*x+9=0], [x])`  $\rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o4)  $[x=3]$

(3)  $4x^2 + 8x + 9 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i5)  $8^2 - 4 * 4 * 9$ ; ※直接輸入  $8^2 - 4 * 4 * 9 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o5) -80



判別式結果 $-80 < 0$ ，  
因此，方程式  $4x^2 + 8x + 9 = 0$  無解。

**P. 152 隨堂練習**

先用判別式判斷下列方程式是否有解，再求解。

(1)  $3x^2 - 9x + 5 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i1)  $(-9)^2 - 4 * 3 * 5$ ; ※直接輸入  $(-9)^2 - 4 * 3 * 5 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o1) 21

判別式結果  $21 > 0$ ，

因此，方程式  $3x^2 - 9x + 5 = 0$  有二個相異的根。

(%i2) `solve([3*x^2-9*x+5=0], [x]);` ※「`solve([變數算式],[變數])`」指令表示求解，輸入 `solve([x^2-6*x+9=0], [x])`  $\rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o2)  $[x = -\frac{\sqrt{21}-9}{6}, x = \frac{\sqrt{21}+9}{6}]$

(2)  $-x^2 + 7x - \frac{49}{4} = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i3)  $7^2 - 4 * (-1) * (-49/4)$ ; ※直接輸入  $7^2 - 4 * (-1) * (-49/4) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o3) 0

判別式結果  $0 = 0$ ，

因此，方程式  $-x^2 + 7x - \frac{49}{4} = 0$  有重根。

(%i4) `solve([-x^2+7*x-49/4=0], [x]);` ※「`solve([變數算式],[變數])`」指令表示求解，輸入 `solve([-x^2+7*x-49/4=0], [x])`  $\rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o4)  $[x = \frac{7}{2}]$

(3)  $5x^2 - 8x + 4 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷是否有解相當於  $b^2 - 4ac$

(%i5)  $(-8)^2 - 4 * 5 * 4$ ; ※直接輸入  $(-8)^2 - 4 * 5 * 4 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o5) -16

判別式結果  $-16 < 0$ ，

因此，方程式  $5x^2 - 8x + 4 = 0$  無解。

**P. 152 例 9**



求下列方程式的解：

$$(x-2)^2 + 3(x-2) + 1 = 0$$

(%i1) solve([(x-2)^2+3\*(x-2)+1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x-2)^2+3\*(x-2)+1=0], [x]) → ctrl+enter。

$$(%o1) [x = -\frac{\sqrt{5}-1}{2}, x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}]$$

**P. 153 隨堂練習**

求下列方程式  $(x-4)^2 + (4-x) - 1 = 0$  的解。

(%i1) solve([(x-4)^2+(4-x)-1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x-4)^2+(4-x)-1=0], [x]) → ctrl+enter。

$$(%o1) [x = -\frac{\sqrt{5}-9}{2}, x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}]$$

**P. 153 例 10**

若方程式  $x^2 + bx + 64 = 0$  有重根，求 b 的值。

(%i1) solve([b^2-4\*1\*64=0], [b]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([b^2-4\*1\*64=0], [b]) → ctrl+enter。

$$(%o1) [b = -16, b = 16]$$

**P. 153 隨堂練習**

若方程式  $x^2 + bx + 2b - 3 = 0$  有重根，求 b 的值。

(%i1) solve([b^2-4\*1\*(2\*b-3)=0], [b]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([b^2-4\*1\*(2\*b-3)=0], [b]) → ctrl+enter。

$$(%o1) [b = 6, b = 2]$$

**P. 154 例 11**

若方程式  $x^2 + 7x + c = 0$  有兩個相異的根，求 c 的範圍。

(%i1) solve([7^2-4\*1\*c>0], [c]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([7^2-4\*1\*c>0], [c]) →



ctrl+enter。

(%o1) [ $\frac{49}{4} > c$ ]

**P. 154 隨堂練習**

若方程式  $x^2 + 9x + 3c - 12 = 0$  有解，求 c 的範圍。

(%i1) solve([ $9^2 - 4 * 1 * (3 * c - 12) > 0$ ], [c]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([ $9^2 - 4 * 1 * (3 * c - 12) > 0$ ], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [ $\frac{129}{-12} > c$ ]

**P. 155 4-2 自我評量**

1.(C)下列哪些方程式無解？

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷無解相當於  $b^2 - 4ac < 0$

(A)  $2x^2 + 4x = 3 \rightarrow 2x^2 + 4x - 3 = 0$

(%i1)  $4^2 - 4 * 2 * (-3)$ ; ※直接輸入  $4^2 - 4 * 2 * (-3) \rightarrow$  ctrl+enter。

(%o1) 40

(%i2) solve([ $2 * x^2 + 4 * x = 3$ ], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([ $2 * x^2 + 4 * x = 3$ ], [x]) → ctrl+enter。

(%o2) [ $x = -\frac{\sqrt{10} + 2}{2}, x = \frac{\sqrt{10} - 2}{2}$ ]

判別式結果  $40 > 0$ ，

因此，方程式  $2x^2 + 4x = 3$  有二個相異的根。

(B)  $-2x^2 + 5x = 3 \rightarrow -2x^2 + 5x - 3 = 0$

(%i3)  $5^2 - 4 * (-2) * (-3)$ ; ※直接輸入  $5^2 - 4 * (-2) * (-3) \rightarrow$  ctrl+enter。

(%o3) 1

(%i4) solve([ $-2 * x^2 + 5 * x = 3$ ], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([ $-2 * x^2 + 5 * x = 3$ ], [x]) → ctrl+enter。

(%o4) [ $x = \frac{3}{2}, x = 1$ ]

判別式結果  $1 > 0$ ，

因此，方程式  $-2x^2 + 5x = 3$  有二個相異的根。



(C)  $2x^2 + 4x + 3 = 0$

(%i5)  $4^2 - 4 * 2 * 3$ ; ※直接輸入  $4^2 - 4 * 2 * 3 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o5) -8

判別式結果  $-8 < 0$ ，

因此，方程式  $2x^2 + 4x + 3 = 0$  無解。

(D)  $(x+1)^2 = 5$

(%i6)  $\text{expand}((x+1)^2 - 5)$ ; ※「 $\text{expand}(\text{算式})$ 」指令表示展開算式，輸入  $\text{expand}((x+1)^2 - 5) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o6)  $x^2 + 2x - 4$

(%i7)  $2^2 - 4 * 1 * (-4)$ ; ※直接輸入  $2^2 - 4 * 1 * (-4) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o7) 20

(%i8)  $\text{solve}([(x+1)^2 = 5], [x])$ ; ※「 $\text{solve}([\text{變數算式}], [\text{變數}])$ 」指令表示求解，輸入  $\text{solve}([(x+1)^2 = 5], [x]) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o8)  $[x = -\sqrt{5} - 1, x = \sqrt{5} - 1]$

判別式結果  $20 > 0$ ，

因此，方程式  $(x+1)^2 = 5$  有二個相異的根。

2.(C)下列哪些方程式有重根？

★  $ax^2 + bx + c = 0$  判斷無解相當於  $b^2 - 4ac = 0$

(A)  $39x^2 - 150x + 156 = 0$

(%i1)  $(-150)^2 - 4 * 39 * 156$ ; ※直接輸入  $(-150)^2 - 4 * 39 * 156 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o1) -1836

判別式結果  $-1836 < 0$ ，

因此，方程式  $39x^2 - 150x + 156 = 0$  無解。

(B)  $x^2 = 2 \rightarrow x^2 - 2 = 0$

(%i2)  $0^2 - 4 * 1 * (-2)$ ; ※直接輸入  $0^2 - 4 * 1 * (-2) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o2) 8

(%i3)  $\text{solve}(x^2 - 2 = 0, [x])$ ; ※「 $\text{solve}([\text{變數算式}], [\text{變數}])$ 」指令表示求解，輸入  $\text{solve}(x^2 - 2 = 0, [x]) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o3)  $[x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}]$

判別式結果  $8 > 0$ ，

因此，方程式  $x^2 = 2$  有二個相異的根。

(C)  $52x^2 - 156x + 117 = 0$

(%i4)  $(-156)^2 - 4 * 52 * 117$ ; ※直接輸入  $(-156)^2 - 4 * 52 * 117 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o4) 0

(%i5)  $\text{solve}(52 * x^2 - 156 * x + 117 = 0, [x])$ ; ※「 $\text{solve}([\text{變數算式}], [\text{變數}])$ 」指令表示求解，輸入



`solve([52*x^2-156*x+117=0], [x])`  
→ ctrl+enter。

(%o5)  $[x = \frac{3}{2}]$

判別式結果  $0 = 0$ ，

因此，方程式  $52x^2 - 156x + 117 = 0$  有重根。

(D)  $5 + (x - 2)^2 = 0$

(%i6) `expand(5+(x-2)^2);` ※「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand(5+(x-2)^2)` → ctrl+enter。

(%o6)  $x^2 - 4x + 9$

(%i7) `(-4)^2-4*1*9;` ※直接輸入 `(-4)^2-4*1*9` → ctrl+enter。

(%o7)  $-20$

判別式結果  $-20 < 0$ ，

因此，方程式  $5 + (x - 2)^2 < 0$  無解。

3.(D) 下列哪些方程式有兩相異的根？

(A)  $(2x + 7)^2 = 0$

(%i1) `expand((2*x+7)^2);` ※「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((2*x+7)^2)` → ctrl+enter。

(%o1)  $4x^2 + 28x + 49$

(%i2) `28^2-4*4*49;` ※直接輸入 `28^2-4*4*49` → ctrl+enter。

(%o2)  $0$

(%i3) `solve([(2*x+7)^2=0], [x]);` ※「`solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ] )`」指令表示求解，輸入 `solve([(2*x+7)^2=0], [x])` → ctrl+enter。

(%o3)  $[x = -\frac{7}{2}]$

判別式結果  $0 = 0$ ，

因此，方程式  $(2x + 7)^2 = 0$  有重根。

(B)  $(2x - 7)^2 + 5 = 0$

(%i4) `expand((2*x-7)^2+5);` ※「`expand( 算式 )`」指令表示展開算式，輸入  
`expand((2*x-7)^2+5)` → ctrl+enter。

(%o4)  $4x^2 - 28x + 54$

(%i5) `(-28)^2-4*4*54;` ※直接輸入 `(-28)^2-4*4*54` → ctrl+enter。

(%o5)  $-80$

判別式結果  $-80 < 0$ ，

因此，方程式  $(2x - 7)^2 + 5$  無解。



(C)  $4x^2 + 3x + 100 = 0$

(%i6)  $3^2 - 4 * 4 * 100$ ; ※直接輸入  $3^2 - 4 * 4 * 100 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o6) -1591

判別式結果  $-1591 < 0$ ，

因此，方程式  $4x^2 + 3x + 100 = 0$  無解。

(D)  $-x^2 + 36x + 145 = 0$

(%i7)  $36^2 - 4 * (-1) * 145$ ; ※直接輸入  $36^2 - 4 * (-1) * 145 \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o7) 1876

(%i8)  $\text{solve}([-x^2 + 36 * x + 145 = 0], [x])$ ; ※「 $\text{solve}([ \text{變數算式} ], [ \text{變數} ])$ 」指令表示求解，輸入  $\text{solve}([-x^2 + 36 * x + 145 = 0], [x]) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o8)  $[x = 18 - \sqrt{469}, x = \sqrt{469} + 18]$

判別式結果  $1876 > 0$ ，

因此，方程式  $(2x + 7)^2 = 0$  有二個相異的根。

4. 用配方法求下列各方程式的解：

(1)  $x^2 + 5x + 5 = 0$

(%i1)  $\text{solve}([x^2 + 5 * x + 5 = 0], [x])$ ; ※「 $\text{solve}([ \text{變數算式} ], [ \text{變數} ])$ 」指令表示求解，輸入  $\text{solve}([x^2 + 5 * x + 5 = 0], [x]) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o1)  $[x = -\frac{\sqrt{5} + 5}{2}, x = \frac{\sqrt{5} - 5}{2}]$

(2)  $x^2 - 6x - 81 = 0$

(%i2)  $\text{solve}([x^2 - 6 * x - 81 = 0], [x])$ ; ※「 $\text{solve}([ \text{變數算式} ], [ \text{變數} ])$ 」指令表示求解，輸入  $\text{solve}([x^2 - 6 * x - 81 = 0], [x]) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o2)  $[x = 3 - 3\sqrt{10}, x = 3\sqrt{10} + 3]$

5. 用公式解求下列各方程式的根：

(1)  $-2x^2 + 7x - 3 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  有解相當於  $b^2 - 4ac \geq 0$

(%i1)  $7^2 - 4 * (-2) * (-3)$ ; ※「 $\wedge$ 」表示次方符號(shift+6)，輸入  $7^2 - 4 * (-2) * (-3) \rightarrow \text{ctrl} + \text{enter}$ 。

(%o1) 25

判別式結果  $25 > 0$ ，

所以方程式  $-2x^2 + 7x - 3 = 0$  有二個相異的根。

(%i2)  $\text{solve}([-2 * x^2 + 7 * x - 3 = 0], [x])$ ; ※「 $\text{solve}([ \text{變數算式} ], [ \text{變數} ])$ 」指令表示求解，輸入  $\text{solve}([-2 * x^2 + 7 * x - 3 = 0], [x])$



→ ctrl+enter。

(%o2)  $[x=3, x=\frac{1}{2}]$

(2)  $x^2 + 9x + 9 = 0$

★  $ax^2 + bx + c = 0$  有解相當於  $b^2 - 4ac \geq 0$

(%i1)  $9^2 - 4 * 1 * 9$ ; ※ 「^」表示次方符號(shift+6)，輸入  $9^2 - 4 * 1 * 9$  → ctrl+enter。

(%o1) 45

判別式結果  $45 > 0$ ，

所以方程式  $x^2 + 9x + 9 = 0$  有二個相異的根。

(%i2) solve( $[x^2 + 9 * x + 9 = 0]$ ,  $[x]$ ); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve( $[x^2 + 9 * x + 9 = 0]$ ,  $[x]$ ) → ctrl+enter。

(%o2)  $[x = -\frac{3\sqrt{5} + 9}{2}, x = \frac{3\sqrt{5} - 9}{2}]$

### 第 4 章 一元二次方程式 4-3 一元二次方程式的應用

#### P. 156 例 1

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若一長方形長和寬的比為 4:3，且其面積為 7500 平方公尺，求此長方形的長和寬。  
令長為  $4x$ ，寬為  $3x$ ，

$4x \cdot 3x = 7500$

(%i1) solve( $[(4 * x) * (3 * x) = 7500]$ ,  $[x]$ ); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve( $[(4 * x) * (3 * x) = 7500]$ ,  $[x]$ ) → ctrl+enter。

(%o1)  $[x = -25, x = 25]$

負不符所求，因此， $x = 25$ ，

所以，長為  $4 \times 25 = 100$  公尺，寬為  $3 \times 25 = 75$  公尺。

#### P. 154 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

若一直角三角形之兩股與斜邊的長分別為  $x$ 、 $x+1$ 、 $5$ ，求  $x$  的值。

$5^2 = x^2 + (x+1)^2 \rightarrow 25 = x^2 + x^2 + 2x + 1 \rightarrow 24 = 2x^2 + 2x \rightarrow 12 = x^2 + x$

(%i1) solve( $[12 = x^2 + x]$ ,  $[x]$ ); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，



輸入 solve([12=x^2+x], [x]) → ctrl+enter。

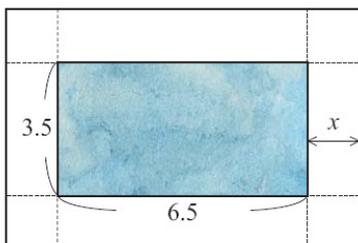
(%o1) [x=3,x=-4]

-4 不符所求，因此，x=3。

**P. 157 例 2**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一長方形的池塘長和寬分別為 6.5 公尺和 3.5 公尺。現想在池塘四周做一等寬的走道（如圖所示），若走道的面積為 24 平方公尺，求此走道的寬度。



$$4x^2 + 2 \times 6.5x + 2 \times 3.5x = 24 \rightarrow 4x^2 + 20x = 24 \rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0$$

(%i1) solve([x^2+5\*x-6=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+5\*x-6=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=-6,x=1]

-6 不符所求，因此，走道的寬度為 1 公尺。

**P. 157 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

有一長方形的農地，其周長和面積分別為 640 公尺和 25200 平方公尺，求此農地的兩邊長。（提示：可設一邊長為 x）

設一邊長為 x，則另一邊長為 320-x，

$$xx(320-x) = 25200 \rightarrow 320x - x^2 - 25200 = 0 \rightarrow -x^2 + 320x - 25200 = 0$$

(%i1) solve([-x^2+320\*x-25200=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([-x^2+320\*x-25200=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=180,x=140]

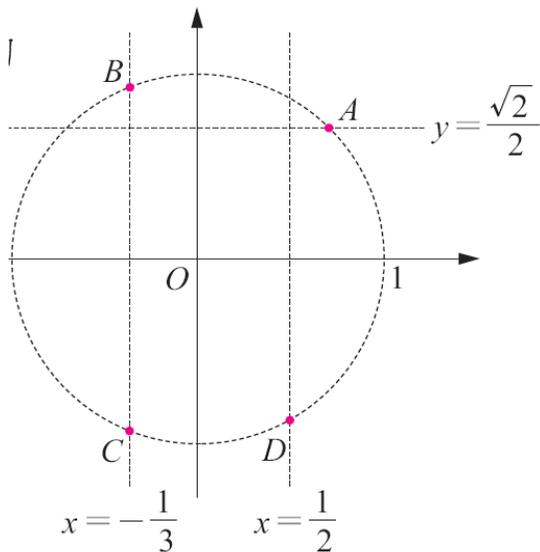
兩邊長為 140 公尺和 180 公尺。



**P. 158 例 3**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

如下圖，坐標平面上 A、D 兩點和原點 O 的距離都等於 1，求 A、D 兩點的坐標。



令 A 點的 x 坐標為 a， $(a, \frac{\sqrt{2}}{2})$

$$\overline{OA} = \sqrt{(a-0)^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2}-0)^2} = 1 \rightarrow a^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = 1 \rightarrow a^2 + \frac{1}{2} = 1 \rightarrow a^2 = \frac{1}{2}$$

(%i1) solve([a^2=1/2], [a]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，  
輸入 solve([a^2=1/2], [a]) → ctrl+enter。

(%o1)  $[a = -\frac{\sqrt{2}}{2}, a = \frac{\sqrt{2}}{2}]$

由於 A 點的 x 坐標大於 0，所以， $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  不符所求，

因為 A 點的坐標為  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

令 D 點的 y 坐標為 b， $(\frac{1}{2}, b)$

$$\overline{OD} = \sqrt{(\frac{1}{2}-0)^2 + (b-0)^2} = 1 \rightarrow \frac{1}{2}^2 + b^2 = 1 \rightarrow \frac{1}{4} + b^2 = 1 \rightarrow b^2 = \frac{3}{4}$$

(%i1) solve([b^2=3/4], [b]);    ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，



輸入 solve([b^2=3/42], [b]) → ctrl+enter。

(%o1) [b=- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , b= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ]

由於 D 點的 y 坐標小於 0，所以， $\frac{\sqrt{3}}{2}$  不符所求，

因為 D 點的坐標為( $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ )

### P. 159 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

例 3 圖中 B、C 兩點和原點 O 的距離都是 1，求 B、C 的坐標。

令 B 點的 y 坐標為 c，( $-\frac{1}{3}$ , c)

$$\overline{OB} = \sqrt{(-\frac{1}{3}-0)^2 + (c-0)^2} = 1 \rightarrow (-\frac{1}{3})^2 + c^2 = 1 \rightarrow \frac{1}{9} + c^2 = 1 \rightarrow c^2 = \frac{8}{9}$$

(%i1) solve([c^2=8/9], [c]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，  
輸入 solve([c^2=8/9], [c]) → ctrl+enter。

(%o1) [c=- $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ , c= $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ]

由於 B 點的 y 坐標大於 0，所以， $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$  不符所求，

因為 B 點的坐標為( $-\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ )

令 C 點的 y 坐標為 d，( $-\frac{1}{3}$ , d)

$$\overline{OC} = \sqrt{(-\frac{1}{3}-0)^2 + (d-0)^2} = 1 \rightarrow (-\frac{1}{3})^2 + d^2 = 1 \rightarrow \frac{1}{9} + d^2 = 1 \rightarrow d^2 = \frac{8}{9}$$

(%i1) solve([d^2=8/9], [d]); ※ 「solve([變數算式], [變數])」指令表示求解，  
輸入 solve([d^2=8/9], [d]) → ctrl+enter。

(%o1) [d=- $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ , d= $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ]

由於 C 點的 y 坐標小於 0，所以， $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  不符所求，

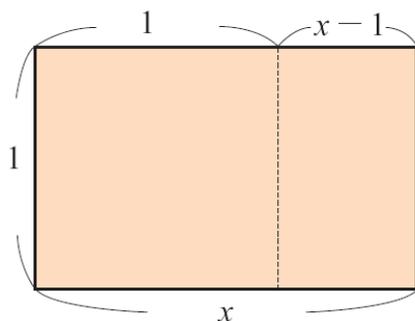
因為 C 點的坐標為( $-\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ )



**P. 159 例 4**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一長方形的長邊為  $x$ ，短邊為  $1$ 。若把此長方形如下圖切掉一個邊長為  $1$  的正方形後，使得剩下的長方形長短邊比和原來長方形的長短邊比相等，求  $x$  的值。



剩下的長方形長短邊的比為  $1 : x-1$ ，

$$x : 1 = 1 : x-1 \rightarrow 1 = x(x-1) \rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

(%i1) solve([x^2-x-1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-x-1=0], [x]) → ctrl+enter。

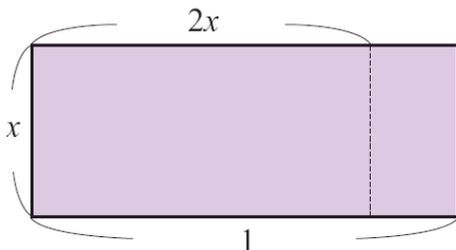
$$(%o1) [x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}]$$

負不符所求，因此， $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 。

**P. 160 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

長方形的長邊為  $1$ ，短邊為  $x$ ，若把此長方形如下圖切掉一個長寬各為  $2x$ 、 $x$  的長方形，使得剩下的長方形長短邊比和原來長方形長短邊比相等，求  $x$  的值。



$$1 : x = x : (1-2x) \rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

(%i1) solve([x^2+2\*x-1=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求



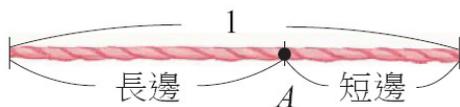
解，輸入  $\text{solve}([x^2+2*x-1=0], [x]) \rightarrow \text{ctrl+enter}$ 。

(%o1)  $[x=-\sqrt{2}-1, x=\sqrt{2}-1]$

**P. 162 隨堂練習**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

取一條長 1 公尺的繩子，在上面標一點 A，將繩子分成長邊和短邊。如果全長 1：長邊=長邊：短邊，則歐幾里得稱 A 點為黃金分割點，請求出長邊對短邊的比值。



令長邊為  $x$ ，

$$1 : x = x : (1-x) \rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

(%i1)  $\text{solve}([x^2+x-1=0], [x]);$  ※ 「 $\text{solve}([ \text{變數算式} ], [ \text{變數} ])$ 」指令表示求解，輸入  $\text{solve}([x^2+x-1=0], [x]) \rightarrow \text{ctrl+enter}$ 。

(%o1)  $[x=-\frac{\sqrt{5}+1}{2}, x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}]$

負不符所求，因此，比值  $= 1 \div (\frac{\sqrt{5}-1}{2}) = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。

**P. 162 例 5**

此題無法直接使用 Maxima 軟體

陳叔叔在某銀行有定期存款，以複利計算，年利率為  $x\%$ ，若兩年後的總利息是原存款（本金）的 6.09%，求  $x$ 。

$$\text{本金} + \text{利息} = \text{本金} \cdot (1 + \frac{x}{100})^2 = \text{本金} \cdot (1 + \frac{x}{50} + \frac{x^2}{10000}) = \text{本金} + \text{本金} \cdot (\frac{x}{50} + \frac{x^2}{10000})，$$

$$\text{所以，利息} = \text{本金} \cdot (\frac{x}{50} + \frac{x^2}{10000}) \rightarrow \frac{x}{50} + \frac{x^2}{10000} = \frac{6.09}{100} \rightarrow x^2 + 200x - 609 = 0$$

(%i1)  $\text{solve}([x^2+200*x-609=0], [x]);$  ※ 「 $\text{solve}([ \text{變數算式} ], [ \text{變數} ])$ 」指令表示求解，輸入  $\text{solve}([x^2+200*x-609=0], [x]) \rightarrow \text{ctrl+enter}$ 。

(%o1)  $[x=3, x=-203]$

-203 不符所求，所以， $x=3\%$ 。



### P. 163 隨堂練習

此題無法直接使用 Maxima 軟體

林阿妹在銀行存 1000000 元的定期存款，年利率為  $x\%$ ，二年後可領到的總利息是 40400 元，求  $x$ 。

令第一年可領  $1000000 \times x\%$ ，第二年可領  $(1000000 + (1000000 \times x\%)) \times x\%$ ，

$$10000x + (100x^2 + 10000x) = 40400 \rightarrow x^2 + 200x - 404 = 0$$

(%i1) solve([x^2+200\*x-404=0], [x]);   ※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([x^2+200\*x-404=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=2,x=-202]

負不符所求，因此， $x=2$ 。

### P. 163 例 6

此題無法直接使用 Maxima 軟體

一水塔裝有大、小兩水龍頭，儲水時，若只開大水龍頭，則水塔儲滿水所需要的時間，比只開小水龍頭時要快 4 小時。若同時開兩水龍頭，則儲滿水需要  $\frac{48}{7}$  小時。

若只開大水龍頭儲水，需要多少時間？

令大水頭儲水需要  $x$  小時，

只開小水龍頭儲水需要  $x+4$  小時，

大水龍頭開 1 小時的儲水量是水塔容量的  $\frac{1}{x}$ ，

小水龍頭開 1 小時的儲水量是水塔容量的  $\frac{1}{x+4}$ ，

同時開大小水龍頭 1 小時的儲水量是水塔容量的  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4}$ ，

由題意可知，大小水龍頭同時打開 1 小時，儲水量為水塔容量的  $1 \div \frac{48}{7} = \frac{7}{48}$ ，

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{7}{48} \rightarrow \frac{x+4}{x(x+4)} + \frac{x}{x(x+4)} = \frac{7}{48} \rightarrow \frac{2x+4}{x(x+4)} = \frac{7}{48} \rightarrow 48(2x+4) = 7x(x+4)$$

$$\rightarrow 7x^2 - 68x - 192 = 0 \rightarrow (7x+16)(x-12) = 0$$

(%i1) solve([(7\*x+16)\*(x-12)=0], [x]);   ※「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([(7\*x+16)\*(x-12)=0], [x]) → ctrl+enter。



(%o1) [x=-16/7,x=12]

負不符所求，因此，只開大水龍頭儲水需要 12 小時。

**P. 164 隨堂練習**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

某件工程若由甲獨立完成，會比由乙獨立完成多 18 天。但若由甲、乙兩人合作完成，則只需要 40 天。此工程若由甲獨立完成，需要多少天？

設乙獨做須 x 天完成，甲獨做須 x+18 天

令乙一天做  $\frac{1}{x}$ ，甲一天做  $\frac{1}{x+18}$ ，甲乙同做為  $\frac{1}{40}$ ，

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+18} = \frac{1}{40} \rightarrow x^2 + 18x = 80x = 720 \rightarrow x^2 - 62x - 720 = 0$

(%i1) solve([x^2-62\*x-720=0], [x]); ※ 「solve([變數算式],[變數])」指令表示求解，輸入 solve([x^2-62\*x-720=0],[x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=72,x=-10]

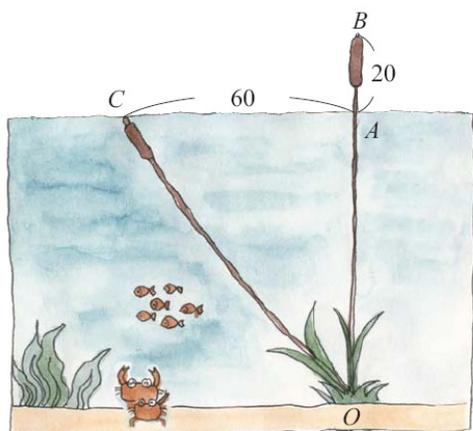
負不符所求，所以，x=72，  
因此，甲獨立完成須 72+18=90 天。

**P. 164 例 7**

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

有一水中植物，露出水面的長度  $\overline{AB}$  為 20 公分，若將它如下圖斜移，得  $\overline{AC}$  為 60 公分，求水深  $\overline{OA}$ 。





令  $\overline{OA}$  為  $x$ ，則  $\overline{OC} = \overline{OB} = x+20$ ，

$$\overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 \rightarrow (x+20)^2 = x^2 + 60^2 \rightarrow x^2 + 40x + 400 = x^2 + 3600 \rightarrow 40x - 3200 = 0$$

(%i1) solve([40\*x-3200=0], [x]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([40\*x-3200=0], [x]) → ctrl+enter。

(%o1) [x=80]

因此，水深為 80 公分。

### P. 166 4-3 自我評量

此題無法直接使用 Maxima 軟體

1. 設  $A(2,y)$  為坐標平面上的一點，若  $A$  到  $(1,1)$  的距離等於  $A$  到  $(3,4)$  的距離，求  $A$  點的坐標。

$$(2-1)^2 + (y-1)^2 = (3-2)^2 + (4-y)^2$$

(%i1) solve([(2-1)^2+(y-1)^2=(3-2)^2+(4-y)^2], [y]); ※ 「solve([ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(2-1)^2+(y-1)^2=(3-2)^2+(4-y)^2], [y]) → ctrl+enter。

(%o1) [y=5/2]

因此， $A$  點的坐標為  $(2, \frac{5}{2})$ 。

此題無法直接使用 Maxima 軟體



2.某一形狀為矩形的公園，其長邊比寬邊的 2 倍少 0.2 公里，已知公園的面積 4.2 平方公里，求此公園的周長。

令寬為  $x$ ，長為  $2x-0.2$ ，

$$x(2x-0.2)=4.2 \rightarrow 2x^2-0.2x-4.2=0 \rightarrow 10x^2-x-21=0$$

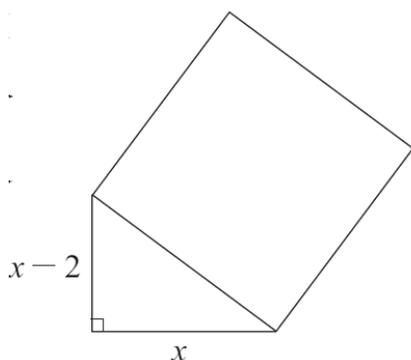
(%i1) solve([10\*x^2-x-21=0], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([10\*x^2-x-21=0], [x]) → ctrl+enter。

$$(%o1) [x=\frac{3}{2}, x=-\frac{7}{5}]$$

負不符所求，因此，寬 1.5，長 2.8，周長=8.6 公里。

**此題無法直接使用 Maxima 軟體**

3.如下圖，有一塊土地可以分割成直角三角形和正方形。如果這塊土地的總面積是 124 平方公尺，而且直角三角形部份的兩股分別為  $x$  公尺和  $(x-2)$  公尺，求  $x$ 。



$$\text{正方形的邊}=\text{直角三角形的斜邊}=\sqrt{x^2+(x-2)^2}$$

$$\text{正方形面積}=(\sqrt{x^2+(x-2)^2})^2=x^2+(x-2)^2$$

$$\text{三角形面積}=x(x-2)\div 2$$

$$[x^2+(x-2)^2]+[x(x-2)\div 2]=124$$

(%i1) solve([(x^2+(x-2)^2)+(x\*(x-2)/2)=124], [x]); ※ 「solve( [ 變數算式 ], [ 變數 ])」指令表示求解，輸入 solve([(x^2+(x-2)^2)+(x\*(x-2)/2)=124], [x]) → ctrl+enter。

$$(%o1) [x=-6, x=8]$$

負不符所求，因此， $x=8$ 。

